

УДК 541.126

НАКОПЛЕНИЕ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПЛОТНОСТИ, СКОРОСТИ И ДАВЛЕНИЯ В НЕУСТОЙЧИВОЙ СИСТЕМЕ

© 2024 г. И. В. Лебедь^{1, *}¹Институт прикладной механики Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: lebed-ivl@yandex.ru

Поступила в редакцию 19.10.2023;
после доработки 04.12.2023;
принята в печать 20.12.2023

Проведено численное исследование поведения неупорядоченных возмущений плотности, скорости и давления в задаче обтекания покоящейся твердой сферы. Для исследования привлечены регулярные уравнения многомоментной гидродинамики, дополненные стохастическими составляющими. Статистические свойства стохастических составляющих отождествлены со статистическими свойствами неупорядоченных возмущений, возникающих в набегающем потоке за счет внешнего воздействия. Обнаружено, что потеря устойчивости сопровождается накоплением неупорядоченных возмущений плотности, скорости и давления в следе за сферой. Показано, что высокие значения коэффициента турбулентности обеспечивают значительное накопление неупорядоченных возмущений, которое приводит к сильному искажению ламинарной картины течения. Обнаружено, что высокие значения коэффициентов пульсаций давления и плотности обеспечивают столь же значительное накопление неупорядоченных возмущений давления и плотности.

Ключевые слова: неупорядоченные возмущения, неустойчивость, турбулентность

DOI: 10.31857/S0207401X24090109

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1–3] предложено дополнить детерминистические уравнения многомоментной гидродинамики стохастическими членами. Статистические характеристики стохастических составляющих коррелируют с характеристиками неупорядоченных возмущений скорости, которые возникают в набегающем на неподвижную сферу потоке за счет внешнего воздействия. Исследование показало, что при определенных условиях неупорядоченные возмущения накапливаются в следе за сферой. Накопление неупорядоченных возмущений скорости создает хаотическую картину течения как в зоне закручивания в ближнем следе за сферой, так и на дорожке вихревых колец в дальнем следе [1–3].

Однако в потоке, набегающем на сферу, хаотическому искажению подвержена не только скорость, но и другие измеряемые гидродинамические величины. Настоящее исследование посвящено изучению искажения главных гидродинамических величин за счет неупорядоченных возмущений. Это искажение способно привести к значительному искажению энтропии системы,

которая определяет направление ее эволюции после потери устойчивости.

В разд. 1 статьи представлены решения уравнений многомоментной гидродинамики, позволяющие воспроизвести течение в зоне закручивания и вихревое испускание в следе за сферой. Раздел 2 посвящен выводу уравнений для стохастических отклонений от регулярных гидродинамических величин. В разд. 3 проводится расчет коэффициентов, ответственных за накопления неупорядоченных возмущений плотности, скорости и давления.

1. НЕУСТОЙЧИВЫЕ ДЕТЕРМИНИСТИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МНОГОМОМЕНТНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

Уравнения многомоментной гидродинамики [4, 5] используются для решения задачи обтекания покоящейся твердой сферы. Задача решается в декартовой системе координат XYZ , жестко связанной со сферой радиуса a . Ось Z системы координат совпадает по направлению со скоростью набегающего потока U_0 ; x, y, z — декартовы координаты.

наты точки пространства $x; r, \theta, \varphi$ — ее сферические координаты. Спектральный метод решения уравнений многомоментной гидродинамики приводит к замкнутой нелинейной системе, состоящей из n дифференциальных уравнений первого порядка для безразмерных коэффициентов $\hat{C}_i(t)$, которые зависят от времени t [6]:

$$\frac{\partial \hat{C}_i}{\partial t} = F_i(\hat{C}_1, \dots, \hat{C}_n), \quad i = 1, \dots, n. \quad (1.1)$$

Решение нелинейной системы, состоящей из 20 уравнений, представляется в виде $\hat{C}_i^{(0)}(t) = \hat{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_i^{(0)}(t)$, $i = 1, \dots, 20$, здесь $\hat{C}_i^{(0)}$ есть стационарная составляющая этого решения, $\delta \hat{C}_i^{(0)}(t)$ есть регулярная флуктуация стационарного решения $\hat{C}_i^{(0)}$. Решение $\hat{C}_i^{(0)}(t)$, $i = 1, \dots, 20$, позволяет получить аналитические распределения всех гидродинамических величин. Коэффициенты $\hat{C}_1^{(0)}, \hat{C}_2^{(0)}, \hat{C}_3^{(0)}, \hat{C}_4^{(0)}$ ответственны за распределение плотности числа частиц. Коэффициенты $\hat{C}_5^{(0)}, \hat{C}_6^{(0)}, \hat{C}_7^{(0)}, \hat{C}_8^{(0)}, \hat{C}_9^{(0)}, \hat{C}_{18}^{(0)}, \hat{C}_{19}^{(0)}$ задают распределение давления и тензора напряжений, являющихся главными гидродинамическими величинами. Коэффициенты $\hat{C}_{10}^{(0)}, \hat{C}_{11}^{(0)}, \hat{C}_{12}^{(0)}, \hat{C}_{13}^{(0)}, \hat{C}_{15}^{(0)}, \hat{C}_{16}^{(0)}, \hat{C}_{17}^{(0)}$ ответственны за распределения тепловых потоков, являющихся главными гидродинамическими величинами. Коэффициенты $\hat{C}_{14}^{(0)}$ и $\hat{C}_{20}^{(0)}$ задают распределение скорости течения [6].

Численное интегрирование системы (1.1) показало, что стационарное решение $\hat{C}_i^{(0)}$, $i = 1, \dots, 20$, остается устойчивым вплоть до некоторого критического значения числа Рейнольдса Re_0^* ($Re_0^* = 129.1$) [6]. Достижение Re_0^* сопровождается потерей устойчивости. Начиная с некоторого момента времени $t = 0$, малое отклонение $\delta \hat{C}_i^{(0)}(t)$ от стационарного решения $\hat{C}_i^{(0)}$ начинает экспоненциально нарастать. Нарастание регулярной флуктуации $\delta \hat{C}_i^{(0)}(t)$ происходит вплоть до момента времени $t = t_*$ > 0 . В момент t_* решение $\hat{C}_i^{(0)}(t) = \hat{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_i^{(0)}(t)$ обрывается. Однако в окрестности точки обрыва существует решение $\delta \hat{C}_i^{(0)}(t_*)$ системы так называемых обратных уравнений многомоментной гидродинамики [7, гл. 7], которое экспоненциально затухает. Системы прямых и обратных уравнений идентичны, однако время t^* отсчитывается в прогрессирующем направлении на временной оси, направленной из будущего в прошлое. К моменту $t^* = 2t_*$ решение $\hat{C}_i^{(0)}(t^*) = \hat{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_i^{(0)}(t)$ достигает окрестности неустойчивого стационарного решения $\hat{C}_i^{(0)}$. Процесс по-

следовательного нарастания и затухания отклонения повторяется с периодом, равным $2t_*$ [6].

Анализ поведения коэффициентов $\hat{C}_5^{(0)}$ и $\hat{C}_{19}^{(0)}$ позволил выяснить причину обрыва решения $\hat{C}_i^{(0)}(t) = \hat{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_i^{(0)}(t)$, $i = 1, \dots, 20$, в момент времени t_* . Коэффициенты $\hat{C}_5^{(0)}$ и $\hat{C}_{19}^{(0)}$ подчиняются уравнению сохранения энергии:

$$\frac{\partial \hat{C}_5^{(0)}}{\partial t} + \hat{C}_{19}^{(0)} = 0 \quad (1.2)$$

После потери устойчивости в момент времени $t = 0$ коэффициент $\hat{C}_{19}^{(0)}$ постоянно растет, достигая к моменту $t = t_*$ максимального значения ($\hat{C}_{19}^{(0)} > 0$). В диапазоне $0 < t < t_*$ $\partial \hat{C}_5^{(0)} / \partial t < 0$, т.е. производная коэффициента $\hat{C}_5^{(0)}$ постоянно падает. В момент времени $t = t_*$ падение производной коэффициента $\hat{C}_5^{(0)}$ прекращается. Однако в силу того, что $\hat{C}_{19}^{(0)} > 0$ положительное значение $\partial \hat{C}_5^{(0)} / \partial t > 0$ несовместимо с уравнением (1.2). Решение $\hat{C}_i^{(0)}(t) = \hat{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_i^{(0)}(t)$ обрывается [6].

Коэффициент $\hat{C}_5^{(0)}$ в уравнении (1.2) отвечает за внутреннюю энергию среды, а коэффициент $\hat{C}_{19}^{(0)}$ — за поток внутренней энергии. В соответствии с уравнением (1.2) изменение во времени внутренней энергии сбалансировано ее потоком. Однако в момент $t = t_*$ поток внутренней энергии не может сбалансировать ее изменение.

В состоянии статистического равновесия сфера покоится в неподвижной среде. Удаление от состояния статистического равновесия достигается за счет внешнего воздействия, вынуждающего сферу устойчиво двигаться с некоторой скоростью U_1 . Более сильное внешнее воздействие вынуждает твердую сферу двигаться с более высокой скоростью $U_2 > U_1$. Устойчивое движение сферы со скоростью $U_2 > U_1$ соответствует более значительному удалению от состояния статистического равновесия [8]. После потери устойчивости происходит дальнейшее самопроизвольное удаление состояния среды от состояния статистического равновесия. То есть движение в направлении удаления от состояния статистического равновесия происходит без всякого дополнительного внешнего воздействия. Однако уравнение сохранения энергии (1.2) не позволяет системе самопроизвольно удаляться от состояния статистического равновесия бесконечно долго в связи с обрывом решения.

Стационарное решение $\hat{C}_i^{(0)}$ воспроизводит осесимметричную зону закручивания в следе за сферой. Неустойчивые решения $\hat{C}_i^{(0)}(t) = \hat{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_i^{r(0)}$, $0 < t < t_*$, и $\hat{C}_i^{(0)}(t^*) = \hat{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_i^{*r(0)}(t^*)$, $t_* < t^* < 2t_*$, воспроизводят осесимметричные пульсации зоны закручивания. Пульсирующая периферия зоны закручивания не проявляет ни малейших признаков отрыва от ядра зоны закручивания. Как следствие, в дальнем следе за сферой вихревая дорожка отсутствует. В дальнейшем решение $\hat{C}_i^{(0)}(t)$, $\hat{C}_i^{*(0)}(t^*)$, $i = 1, \dots, 20$, будем обозначать как Sol_0 .

В работе [9] при поиске решений, моделирующих вихревое испускание, предложено внести изменение в распределение скорости, воспроизводящее зону закручивания. Представленное выражение для распределения скорости, помимо коэффициента $\hat{C}_{20}$, содержит два дополнительных коэффициента: $\hat{C}_{21}$ и $\hat{C}_{22}$. Коэффициент $\hat{C}_{21}$ характеризует величину удаления вихревого кольца от поверхности сферы, коэффициент $\hat{C}_{22}$ ответствен за величину отклонения центра вихревого кольца от оси Z . Подстановка полученных распределений гидродинамических величин в уравнения многомоментной гидродинамики [7, гл. 5] приводит к замкнутой нелинейной системе (1.1), состоящей из 22 дифференциальных уравнений первого порядка для безразмерных коэффициентов $\hat{C}_i$, $i = 1, \dots, 22$ [9].

Численное интегрирование системы 22-го порядка показало, что в исследуемом диапазоне значений числа Рейнольдса Re существует множество решений, моделирующих перемещение вихревого кольца вниз по течению. Таким образом, при решении уравнений многомоментной гидродинамики появляется несколько вариантов эволюции системы. В соответствии с представлениями из работы [9] энтропия системы, а точнее ее производная по времени, указывает на единственное направление, в котором развивается система, потерявшая устойчивость. Из множества решений системы 22-го порядка лишь два решения обладают таким значением энтропии, которое позволяет этим решениям конкурировать с решением Sol_0 . В работе [9] эти решения обозначены как Sol_1 и Sol_2 .

После потери системой устойчивости ($Re \geq Re^*$) регулярные флуктуации $\delta \hat{C}_i^{r(0)}(t)$ разрастаются, достигая величины решения $\hat{C}_i^{(0)}$. При $Re \geq Re^*$ в результате роста $\delta \hat{C}_i^{r(0)}(t)$ коэффициенты

$\hat{C}_i^{(0)}(t) = \bar{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_i^{r(0)}$ приобретают зависимость от времени. Выполнение законов сохранения обеспечивается, если

$$\frac{\partial \hat{C}_i^{(0)}}{\partial t} = 0, \quad i = 1, 2, 3, 4, 6, 7, 14, 19, 20. \quad (1.3)$$

Уравнение непрерывности приводит к уравнениям (1.3) с $i = 1, 2, 3, 4$; уравнение сохранения импульса дает уравнения (1.3) с $i = 14, 20$; уравнение сохранения энергии приводит к уравнениям (1.3) с $i = 6, 7, 19$ [6]. Однако, функция $\hat{C}_i^{(0)}(t) = \bar{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_i^{r(0)}$, $i = 1, \dots, 20$, является решением замкнутой системы (1.1). Таким образом, решение $\hat{C}_i^{(0)}(t)$, вообще говоря, не в состоянии удовлетворить уравнениям (1.3). То есть, учет лишь регулярной составляющей $\delta \hat{C}_i^{r(0)}(t)$ нестационарного решения $\hat{C}_i^{(0)}(t)$ не обеспечивает выполнение законов сохранения.

2. УРАВНЕНИЯ ДЛЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ ОТКЛОНЕНИЙ

Следуя изложенному в работах [1, 2, 10], дополним уравнения для регулярных коэффициентов $\hat{C}_i^{(0)}(t)$ членами, ответственными за эволюцию малых стохастических отклонений гидродинамических величин. К стохастическим отклонениям следует отнести неупорядоченные возмущения и спонтанные флуктуации. Неупорядоченные возмущения возникают в среде за счет внешнего воздействия. Спонтанные флуктуации присутствуют в среде постоянно, независимо от внешнего воздействия. Будем искать малые отклонения $\delta \hat{C}_{i,j}^{rd,s(0)}(t, \mathbf{x})$ от регулярных коэффициентов $\hat{C}_i^{(0)}$, $i = 14, 20$, задающих распределение скорости течения [6], в виде линейной комбинации независимых составляющих:

$$\hat{C}_{i,j}^{rd,s(0)}(t, \mathbf{x}) = \hat{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_{i,j}^{rd,s(0)}(t, \mathbf{x}), \quad (2.1)$$

$$\delta \hat{C}_{i,j}^{rd,s(0)}(t, \mathbf{x}) = \delta \hat{C}_i^{r(0)}(t) + \delta \hat{C}_{i,j}^{d(0)}(t, \mathbf{x}) + \delta \hat{C}_{i,j}^{s(0)}(t, \mathbf{x}).$$

В выражениях (2.1) d -составляющая ответственна за неупорядоченные возмущения, s -составляющая — за спонтанные флуктуации, отвечающие j -компоненте скорости течения, $j = r, \theta$. Подставим выражения (2.1) в распределение скорости течения (3.9) [6]. Полученное аналитическое распределение учитывает регулярные флуктуации, неупорядоченные возмущения и спонтанные флуктуации:

$$\begin{aligned}
 U_j = U_j^{St} + U_0 \operatorname{Re} f_j^{(20)}(r, \theta) \left(\hat{C}_{20}^{(0)} + \right. \\
 \left. + \delta \hat{C}_{20}^{r(0)}(t) + \delta \hat{C}_{20,j}^{d(0)}(t, \mathbf{x}) + \delta \hat{C}_{20,j}^{s(0)}(t, \mathbf{x}) \right) + \\
 + U_0 \operatorname{Ma}^2 f_j^{(14)}(r, \theta) \left(\hat{C}_{14}^{(0)} + \right. \\
 \left. + \delta \hat{C}_{14}^{r(0)}(t) + \delta \hat{C}_{14,j}^{d(0)}(t, \mathbf{x}) + \delta \hat{C}_{14,j}^{s(0)}(t, \mathbf{x}) \right).
 \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь U_j^{St} – стоксовская составляющая, $\operatorname{Re} = mn_0 U_0^2 a / \eta_0$, $\operatorname{Ma}^2 = m U_0^2 / k T_0$, n_0 и T_0 – плотность и температура невозмущенной среды, $\eta_0 = \eta(T_0)$ – коэффициент динамической вязкости, m – масса частицы газа, k – постоянная Больцмана. Пространственная структура функций $f_j^{(14)}$ и $f_j^{(20)}$ определяется произведениями $(a/r)^l \cos^m \theta \sin^n \theta$ [6]. Хаотические составляющие также могут быть дополнены аналогичными произведениями:

$$\delta \hat{C}_{i,j}^{k(0)}(t, \mathbf{x}) = \hat{C}_{i,j}^{k(0)}(t, \mathbf{x}) (a/r)^p \cos^q \theta \sin^w \theta, \quad (2.3)$$

здесь $i = 14, 20; j = r, \theta; k = d, s$.

Коэффициенты $\hat{C}_1^{(0)}$, $\hat{C}_2^{(0)}$, $\hat{C}_3^{(0)}$ и $\hat{C}_4^{(0)}$ ответственны за распределение плотности числа частиц, а коэффициенты $\hat{C}_5^{(0)}$, $\hat{C}_6^{(0)}$, $\hat{C}_7^{(0)}$ и $\hat{C}_9^{(0)}$ – за распределение давления, создаваемого в результате движения центров масс пар частиц. По аналогии с (2.1) стохастические отклонения регулярных коэффициентов $\hat{C}_i^{(0)}$, $i = 1, \dots, 4, 5, \dots, 7, 19$, представляются в виде

$$\hat{C}_i^{rd,s(0)}(t, \mathbf{x}) = \hat{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_i^{rd,s(0)}(t, \mathbf{x}) \quad (2.4)$$

$$\delta \hat{C}_i^{rd,s(0)}(t, \mathbf{x}) = \delta \hat{C}_i^{r(0)}(t) + \delta \hat{C}_i^{d(0)}(t, \mathbf{x}) + \delta \hat{C}_i^{s(0)}(t, \mathbf{x}).$$

По аналогии с (2.2) хаотические составляющие $\delta \hat{C}_i^{d(0)}(t, \mathbf{x})$ и $\delta \hat{C}_i^{s(0)}(t, \mathbf{x})$, $i = 1, \dots, 4, 5, \dots, 7, 19$, могут быть дополнены регулярной пространственной структурой. Подставим выражения (2.4) в распределения соответствующих главных гидродинамических величин [6]:

$$\begin{aligned}
 n = n_0 + n_0 \operatorname{Ma}^2 \sum_i f^{(i)}(r, \theta) \left[\hat{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_i^{r(0)}(t) + \right. \\
 \left. + \delta \hat{C}_i^{d(0)}(t, \mathbf{x}) + \delta \hat{C}_i^{s(0)}(t, \mathbf{x}) \right], \quad i = 1, \dots, 4, \\
 p^G = p_0 + p_0 \operatorname{Ma}^2 \sum_i f^{(i)}(r, \theta) \left[\hat{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_i^{r(0)}(t) + \right. \\
 \left. + \delta \hat{C}_i^{d(0)}(t, \mathbf{x}) + \delta \hat{C}_i^{s(0)}(t, \mathbf{x}) \right], \\
 i = 5, \dots, 7, 19.
 \end{aligned} \quad (2.5)$$

В выражении (2.5) $p_0 = n_0 k T_0$. Пространственная структура функций $f^{(i)}$ определяется произведениями $(a/r)^l \cos^m \theta$. Стохастические отклонения всех оставшихся гидродинамических величин, главных и неглавных, могут быть получены по аналогии со стохастическими отклонениями гидродинамических величин n , U , p^G [2].

Подставим выражение (2.2), (2.5) и аналогичные выражения для других гидродинамических величин в уравнения сохранения плотности числа частиц, импульса и энергии [7, гл. 5]. Следуя общей идеологии решения уравнений многомоментной гидродинамики, приравняем нулю выражения при каждом произведении $(a/r)^j \cos^m \theta \sin^n \theta$ отдельно. В результате получаем:

$$\frac{\partial \delta \hat{C}_i^{r(0)}(t)}{\partial t} + \frac{\partial \delta \hat{C}_{i,j}^{d(0)}(t, \mathbf{x})}{\partial t} + \frac{\partial \delta \hat{C}_{i,j}^{s(0)}(t, \mathbf{x})}{\partial t} = 0, \quad (2.6)$$

$i = 14, 20,$

где

$$\begin{aligned}
 \delta \hat{C}_{14}^{r(0)}(t) &= U_0 \operatorname{Ma}^2 \delta \hat{C}_{14}^{r(0)}(t), \\
 \delta \hat{C}_{20}^{r(0)}(t) &= U_0 \operatorname{Re} \delta \hat{C}_{20}^{r(0)}(t), \\
 \delta \hat{C}_{14,j}^{d(0)}(t, \mathbf{x}) &= U_0 \operatorname{Ma}^2 \delta \hat{C}_{14,j}^{d(0)}(t, \mathbf{x}), \\
 \delta \hat{C}_{20,i}^{d(0)}(t, \mathbf{x}) &= U_0 \operatorname{Re} \delta \hat{C}_{20,i}^{d(0)}(t, \mathbf{x}), \\
 \delta \hat{C}_{14,j}^{s(0)}(t, \mathbf{x}) &= U_0 \operatorname{Ma}^2 \delta \hat{C}_{14,j}^{s(0)}(t, \mathbf{x}), \\
 \delta \hat{C}_{20,i}^{s(0)}(t, \mathbf{x}) &= U_0 \operatorname{Re} \delta \hat{C}_{20,i}^{s(0)}(t, \mathbf{x}), \\
 \frac{\partial \delta \hat{C}_i^{r(0)}(t)}{\partial t} + \frac{\partial \delta \hat{C}_i^{d(0)}(t, \mathbf{x})}{\partial t} + \frac{\partial \delta \hat{C}_i^{s(0)}(t, \mathbf{x})}{\partial t} &= 0, \quad (2.7) \\
 i &= 1, \dots, 4, 6, 7, 19;
 \end{aligned}$$

здесь

$$\begin{aligned}
 \delta \hat{C}_i^{r(0)}(t) &= n_0 \operatorname{Ma}^2 \delta \hat{C}_i^{r(0)}(t), \\
 \delta \hat{C}_i^{d(0)}(t, \mathbf{x}) &= n_0 \operatorname{Ma}^2 \delta \hat{C}_i^{d(0)}(t, \mathbf{x}), \\
 \delta \hat{C}_i^{s(0)}(t, \mathbf{x}) &= n_0 \operatorname{Ma}^2 \delta \hat{C}_i^{s(0)}(t, \mathbf{x}) \quad \text{при } i = 1, \dots, 4, \\
 \delta \hat{C}_i^{r(0)}(t) &= p_0 \operatorname{Ma}^2 \delta \hat{C}_i^{r(0)}(t), \\
 \delta \hat{C}_i^{d(0)}(t, \mathbf{x}) &= p_0 \operatorname{Ma}^2 \delta \hat{C}_i^{d(0)}(t, \mathbf{x}), \\
 \delta \hat{C}_i^{s(0)}(t, \mathbf{x}) &= p_0 \operatorname{Ma}^2 \delta \hat{C}_i^{s(0)}(t, \mathbf{x}) \quad \text{при } i = 6, 7, 19.
 \end{aligned}$$

Уравнения (2.6) получены для случая отсутствия регулярной пространственной структуры у хаотических составляющих $\delta\hat{C}_{ij}^{d(0)}(t, \mathbf{x})$ и $\delta\hat{C}_{ij}^{s(0)}(t, \mathbf{x})$, $i = 14, 20; j = r, \theta$ ($p = 0, q = 0, w = 0$ в правой части (4)). Уравнения (6) также получены для случая отсутствия регулярной пространственной структуры у хаотических составляющих $\delta\hat{C}_i^{d(0)}(t, \mathbf{x})$ и $\delta\hat{C}_i^{s(0)}(t, \mathbf{x})$, $i = 1, \dots, 4, 6, 7, 19$. При появлении такой структуры у хаотических составляющих в (5) и (6) появится функция, являющаяся линейной комбинацией неупорядоченных возмущений и спонтанных флуктуаций [1, 2].

Уравнения многомоментной гидродинамики (1.1) задают характерный временной масштаб изменения гидродинамических величин в следе за сферой $\tau_h = \text{Re } a / 2U_0$, т.е., временной интервал τ_h является характерным масштабом изменения регулярной флуктуации $\delta\hat{C}_i^{r(0)}$, $i = 1, \dots, 4, 6, 7, 14, 19, 20$ [6]. Крупномасштабные неупорядоченные возмущения коэффициентов ($\delta\hat{C}_i^{d(0)} \sim \delta\hat{C}_i^{r(0)}(t = t_*)$) изменяются по порядку своей величины на интервалах времени, пропорциональных τ_h . Мелкомасштабные неупорядоченные возмущения скорости течения ($\delta\hat{C}_i^{d(0)} \ll \delta\hat{C}_i^{r(0)}(t = t_*)$) и спонтанные флуктуации изменяются по порядку своей величины на интервалах времени, намного меньших τ_h . Мелкомасштабные неупорядоченные возмущения и спонтанные флуктуации вносят пренебрежимо малый вклад в распределения гидродинамических величин, однако, вообще говоря, их производные по времени имеют основной порядок величины. Таким образом, учет неупорядоченных возмущений (крупномасштабных и мелкомасштабных) и спонтанных флуктуаций позволяет, в принципе, обеспечить выполнение законов сохранения (5), (6).

3. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТОВ, ОТВЕТСТВЕННЫХ ЗА НАКОПЛЕНИЯ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Неупорядоченные возмущения появляются в среде за счет внешнего воздействия. Само оборудование промышленных и экспериментальных установок может вносить неупорядоченные возмущения. Последние могут быть внесены искусственно по воле экспериментатора. Неупорядоченные возмущения искажают как распределение скорости течения, так и распределения плотности, давления, напряжений и тепловых потоков.

Коэффициент турбулентности $\bar{K}_d^U$ характеризует интенсивность неупорядоченных возмущений скорости набегающего потока. Этот коэффициент $\bar{K}_d^U$ является отношением характерной, средней во времени и в пространстве, величины модуля неупорядоченного возмущения скорости набегающего потока $\Delta\bar{U}_0^{(d)}$ к самой характерной скорости течения перед сферой U_0 , $\bar{K}_d^U = \Delta\bar{U}_0^{(d)} / U_0 \ll 1$. Коэффициент пульсаций давления $\bar{K}_d^p$, характеризует интенсивность неупорядоченных возмущений давления набегающего потока. Коэффициент $\bar{K}_d^p$ является отношением характерной, средней во времени и в пространстве, величины модуля неупорядоченного возмущения давления (пульсации давления) набегающего потока $\Delta\bar{p}_0^{(d)}$ к скоростному напору $mn_0 U_0^2 / 2$, $\bar{K}_d^p = 2\Delta\bar{p}_0^{(d)} / mn_0 U_0^2 \ll 1$ [11]. По аналогии с $\bar{K}_d^U$ и $\bar{K}_d^p$ зададим коэффициент пульсаций плотности $\bar{K}_d^n$, характеризующий интенсивность неупорядоченных возмущений плотности набегающего потока. Коэффициент $\bar{K}_d^n$ является отношением характерной, средней во времени и в пространстве, величины модуля неупорядоченного возмущения плотности (пульсации плотности) набегающего потока $\Delta\bar{n}_0^{(d)}$ к скоростному напору $mn_0 U_0^2 / 2$; $\bar{K}_d^n = 2\Delta\bar{n}_0^{(d)} / mn_0 U_0^2 \ll 1$.

Наряду с $\bar{K}_d^U$, $\bar{K}_d^p$ и $\bar{K}_d^n$ определим локальные величины $K_d^U = |\Delta U_0^{(d)}| / U_0 \ll 1$, $K_d^p = |\Delta p_0^{(d)}| / mn_0 U_0^2 \ll 1$ и $K_d^n = |\Delta n_0^{(d)}| / mn_0 U_0^2 \ll 1$. Пусть L_h есть характерный пространственный масштаб, на котором скорость набегающего потока изменяется в порядке своей величины (в частности, L_h может быть радиусом трубы, в которой проводится экспериментальное изучение обтекания сферы). Тогда L_h / U_0 является характерным временным масштабом изменения скорости набегающего потока.

Положим тогда, что эволюция неупорядоченных возмущений $\Delta U_0^{(d)}$, $\Delta p_0^{(d)}$ и $\Delta n_0^{(d)}$ протекает соответственно на интервалах времени $\tau_{d1}^U = K_d^U L_h / U_0$, $\tau_{d1}^p = K_d^p L_h / U_0$ и $\tau_{d1}^n = K_d^n L_h / U_0$. Отдельное неупорядоченное возмущение возникает и распадается на отрезке времени τ_{d1}^U , τ_{d1}^p и τ_{d1}^n . То есть, отдельное неупорядоченное возмущение существует в течение времени τ_{d1}^U , τ_{d1}^p и τ_{d1}^n . По истечении этого времени в среде появляется следующее неупорядоченное возмущение. Жидкая частица, двигаясь вдоль материальной линии, несет в себе энергию возмущения, необходимую для возникновения очередного неупорядоченного возмущения.

Движущаяся жидкая частица доставляет возникающие перед сферой неупорядоченные возмущения $\Delta U_0^{(d)}$, $\Delta p_0^{(d)}$ и $\Delta n_0^{(d)}$ в зону закручивания в следе за сферой. В следе за сферой пропорциональная $\hat{C}_{20}^{(0)}$ составляющая, наряду со стоковской составляющей, вносит доминирующий вклад в распределение скорости в случае $Ma^2 \ll 1$ [6]. Поэтому неупорядоченное возмущение скорости течения $\Delta U_0^{(d)}$ следует интерпретировать в терминах неупорядоченного возмущения коэффициента $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)}$ (здесь нижний индекс, отвечающий j -компоненте скорости течения, опущен). Используя уравнения (2.1), (2.2), находим, что $\Delta U_0^{(d)} = U_0 Re \delta \hat{C}_{20}^{d(0)}$. Тогда $K_d^U = Re |\delta \hat{C}_{20}^{d(0)}|$ и $\bar{K}_d^U = Re |\delta \hat{C}_{20}^{d(0)}|$. Аналогично неупорядоченное возмущение давления $\Delta p_0^{(d)}$ следует интерпретировать в терминах неупорядоченного возмущения любого из коэффициентов $\delta \hat{C}_i^{d(0)}$, $i = 6, 7, 19$. Используя (2.4), (2.5), находим, что $\Delta p_0^{(d)} = p_0 Ma^2 \delta \hat{C}_i^{d(0)}$. Тогда $K_d^p = 2 |\delta \hat{C}_i^{d(0)}|$ и $\bar{K}_d^p = 2 \delta \hat{C}_i^{d(0)}$. Неупорядоченное возмущение плотности $\Delta n_0^{(d)}$ следует интерпретировать в терминах неупорядоченного возмущения любого из коэффициентов $\delta \hat{C}_i^{d(0)}$, $i = 1, \dots, 4$. Используя (2.4) и (2.5), находим, что $\Delta n_0^{(d)} = n_0 Ma^2 \delta \hat{C}_i^{d(0)}$. Тогда $K_d^n = 2 |\delta \hat{C}_i^{d(0)}|$, $\bar{K}_d^n = 2 \delta \hat{C}_i^{d(0)}$. В приведенных соотношениях $\hat{C}_i^{d(0)}$, $i = 1, \dots, 4, 6, 7, 19, 20$ является модулем коэффициента, осредненного во времени и в пространстве.

Характерный гидродинамический масштаб времени τ_h ($\tau_h = Re a / 2U_0$) является масштабом, на котором решение $\hat{C}_i^{(0)}(t) = \hat{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_i^{r(0)}$, $i = 1, \dots, 20$, системы уравнений (1.1) изменяется по порядку своей величины. Эволюция неупорядоченных возмущений $\Delta U_0^{(d)}$, $\Delta p_0^{(d)}$ и $\Delta n_0^{(d)}$ в набегающем потоке протекает соответственно на временных интервалах $\tau_{d1}^U = K_d^U L_h / U_0$, $\tau_{d1}^p = K_d^p L_h / U_0$ и $\tau_{d1}^n = K_d^n L_h / U_0$. В зоне закручивания, куда попадают неупорядоченные возмущения $\Delta U_0^{(d)}$, $\Delta p_0^{(d)}$ и $\Delta n_0^{(d)}$, гидродинамические величины изменяются на масштабе времени τ_h . Приведем характерные времена τ_{d1}^U , τ_{d1}^p и τ_{d1}^n к безразмерному виду на масштабе характерного времени τ_h :

$$\begin{aligned} \tau_{d1}^U &= \hat{\tau}_{d1}^U \tau_h \tau_{d1}^U = \left| \delta \hat{C}_{20}^{d(0)} \right| \frac{2L_h}{a}, \\ \tau_{d1}^{p,i} &= \hat{\tau}_{d1}^{p,i} \tau_h \tau_{d1}^{p,i} = \left| \delta \hat{C}_i^{d(0)} \right| \frac{4L_h}{Rea}, \quad i = 6, 7, 19, \quad (3.1) \\ \tau_{d1}^{n,i} &= \hat{\tau}_{d1}^{n,i} \tau_h \tau_{d1}^{n,i} = \left| \delta \hat{C}_i^{d(0)} \right| \frac{4L_h}{Rea}, \quad i = 1, \dots, 4. \end{aligned}$$

В выражении (3.1) $\tau_{d1}^{p,i}$ рассчитывается в терминах коэффициента $\delta \hat{C}_i^{d(0)}$, $i = 6, 7, 19$; $\tau_{d1}^{n,i}$ — коэффициента $\delta \hat{C}_i^{d(0)}$, $i = 1, \dots, 4$.

В докритическом диапазоне $Re < Re_0^*$, стационарное решение $\hat{C}_i^{(0)}$, $i = 1, \dots, 20$, системы (1.1) устойчиво. Малые отклонения от стационарного решения $\hat{C}_i^{(0)}$ (регулярные и хаотические), которые возникают в некоторый начальный момент $t = 0$, затухают. В результате малые отклонения дают пренебрежимо малый вклад в распределения гидродинамических величин, необходимости в расчете отклонений не возникает.

Качественно иная картина имеет место в за- критическом диапазоне: $Re \geq Re_0^*$. Пересечение критического значения числа Рейнольдса Re_0^* сопровождается ростом малых отклонений. Растущая регулярная флуктуация $\delta \hat{C}_i^{d(0)}$ достигает порядка величины стационарного решения $\hat{C}_i^{(0)}$. Однако регулярное решение $\hat{C}_i^{(0)}(t) = \bar{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_i^{r(0)}$, $i = 1, \dots, 6, 7, 19, 20$, не может обеспечить выполнение законов сохранения в зоне закручивания в следе за сферой. В соответствии с представлениями из работ [2, 10] уравнения для регулярных коэффициентов $\hat{C}_i^{(0)}(t)$ дополняются членами, ответственными за эволюцию малых стохастических отклонений гидродинамических величин: неупорядоченных возмущений и спонтанных флуктуаций. Таким образом, уравнения для стохастических отклонений решаются совместно с уравнениями для регулярных коэффициентов. Для выполнения законов сохранения поведение стохастических отклонений во времени и в пространстве «вынуждено» подстроиться под поведение во времени и в пространстве гидродинамических величин. То есть, уравнения сохранения (2.6) и (2.7) «вынуждают» стохастические отклонения вести себя во времени и в пространстве вполне определенным образом в зоне закручивания.

В соответствии с моделью, представленной в работах [1, 2] неупорядоченное возмущение $\delta \hat{C}_i^{d(0)}$, $i = 1, \dots, 4, 6, 7, 19, 20$, мгновенно появляется в каждой элементарной ячейке среды в следе за сферой в некоторый начальный момент времени $t = 0$. Дальнейшая эволюция неупорядоченного возмущения $\delta \hat{C}_i^{d(0)}$ протекает на отрезке времени $\tau_{d2}^U = \tau_{d2}^U(t)$, $\tau_{d2}^{p,i} = \tau_{d2}^{p,i}(t)$, $i = 6, 7, 19, 20$ и $\tau_{d2}^{n,i} = \tau_{d2}^{n,i}(t)$, $i = 1, \dots, 4$, в соответствии с законами сохранения (2.6) и (2.7), в которых ответственные за спонтанные флуктуации члены следует опустить:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tau_{d2}^U} &= \left| \frac{\partial \delta \hat{C}_{20}^{r(0)}}{\partial t} \frac{1}{\delta \hat{C}_{20}^{d(0)}} \right|, \\ \frac{1}{\tau_{d2}^{p,i}} &= \left| \frac{\partial \delta \hat{C}_i^{r(0)}}{\partial t} \frac{1}{\delta \hat{C}_i^{d(0)}} \right|, \quad i = 6, 7, 19, \\ \frac{1}{\tau_{d2}^{n,i}} &= \left| \frac{\partial \delta \hat{C}_i^{r(0)}}{\partial t} \frac{1}{\delta \hat{C}_i^{d(0)}} \right|, \quad i = 1, \dots, 4. \end{aligned} \quad (3.2)$$

В выражении (3.2) $\tau_{d2}^{p,i}$ рассчитывается в терминах коэффициента $\delta \hat{C}_i^{d(0)}$, $i = 6, 7, 19$; $\tau_{d2}^{n,i}$ — коэффициента $\delta \hat{C}_i^{d(0)}$, $i = 1, \dots, 4$. В соответствии с моделью следующее неупорядоченное возмущение $\delta \hat{C}_i^{d(0)}$, $i = 1, \dots, 4, 6, 7, 19, 20$, доставляемое жидкой частицей, появляется в ячейке также мгновенно в моменты времени $t^U = \tau_{d1}^U$, $t^{p,i} = \tau_{d1}^{p,i}$, $i = 6, 7, 19$, и $t^{n,i} = \tau_{d1}^{n,i}$, $i = 1, \dots, 4$. Эволюция следующего неупорядоченного возмущения также протекает в соответствии с уравнениями сохранения (2.6) и (2.7). Уравнения (2.6) и (2.7) решаются на каждом из отрезков времени τ_{d1}^U , $\tau_{d1}^{p,i}$ и $\tau_{d1}^{n,i}$ независимо от результата решения этого уравнения в предшествующий отрезок времени. Таким образом, при моделировании эволюции неупорядоченных возмущений плотности, скорости и давления необходимо принимать во внимание два характерных интервала времени — τ_{d1} и τ_{d2} . Характерный интервал τ_{d1} задает промежуток времени между очередным появлением двух неупорядоченных возмущений в каждой ячейке зоны закручивания в следе за сферой. Изменение неупорядоченных возмущений в зоне закручивания протекает в соответствии с уравнениями (2.6) и (2.7), диктуемыми характерным временным интервал τ_{d2} .

Рисунки 1–3 дают представление об эволюции регулярных флуктуаций и неупорядоченных возмущений. Кривые на этих рисунках построены по результатам численного интегрирования уравнений (2.6) и (2.7). Регулярная кривая 1 на рис. 1 описывает поведение во времени коэффициента $\delta \hat{C}_i^{r(0)}(t)$, доминирующего в распределении скорости течения. Хаотические кривые 2 и 3 на рис. 1 описывают поведение во времени суммарного вклада регулярной флуктуации и неупорядоченного возмущения $\delta \hat{C}_{20}^{rd(0)}(t, \mathbf{x})$. Эти кривые соответствуют разным ячейкам следа за сферой, т.е. разным $\mathbf{x}$. Неупорядоченные возмущения $\delta \hat{C}_{20}^{rd(0)}(t, \mathbf{x})$ разыгрываются случайным образом около своего среднего значения $\pm \delta \hat{C}_{20}^{d(0)}(t, \mathbf{x})$

с разбросом равным $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)}$. Расчет выполнен при $Re = 400$, $L_h = 50a$, $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)} = 0.00001$. Подробности расчета приведены в работах [1, 3]. Коэффициенту $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)} = 0.00001$ соответствует высокое значение коэффициента турбулентности $\bar{K}_d^U = 0.004 = 0.4\%$ [12]. В момент $\hat{t}_{in} = 5.5$ модуль регулярной флуктуации $\delta \hat{C}_{20}^{r(0)}(t)$ достигает величины коэффициента $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)}$.

Регулярная кривая 1 на рис. 2 описывает поведение во времени коэффициента $\delta \hat{C}_7^{r(0)}(t)$, вносящего вклад в распределение давления. Хаотические кривые 2 и 3 на рис. 2 описывают поведение во времени суммарного вклада регулярной флуктуации и неупорядоченного возмущения $\delta \hat{C}_7^{rd(0)}(t, \mathbf{x})$. Эти кривые соответствуют разным ячейкам следа за сферой. Расчет выполнен при $Re = 400$, $L_h = 50a$, $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)} = 0.001$. Коэффициенту $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)} = 0.001$ соответствует высокое значение коэффициента пульсаций давления: $\bar{K}_d^p = 0.002 = 0.2\%$ [13].

Регулярная кривая 1 на рис. 3 описывает поведение во времени коэффициента $\delta \hat{C}_2^{r(0)}(t)$, вносящего вклад в распределение плотности числа частиц. Хаотические кривые 2 и 3 на рис. 3 описывают поведение во времени суммарного вклада регулярной флуктуации и неупорядоченного возмущения $\delta \hat{C}_2^{rd(0)}(t, \mathbf{x})$. Эти кривые соответствуют разным ячейкам следа за сферой. Расчет выполнен для $Re = 400$, $L_h = 50a$, $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)} = 0.001$. Коэффициенту $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)} = 0.001$ соответствует значение коэффициента пульсаций плотности $\bar{K}_d^n = 0.002 = 0.2\%$.

Проведенные расчеты показали, что в соответствии с уравнением сохранения импульса (5) положительно определенные неупорядоченные возмущения $\delta \hat{C}_2^{d(0)}(t, \mathbf{x}) > 0$ нарастают, в то время как отрицательно определенные неупорядоченные возмущения $\delta \hat{C}_2^{d(0)}(t, \mathbf{x}) < 0$ затухают. На отрезке времени $t_{in} \leq t \leq t_*$ характерное время изменения неупорядоченных возмущений τ_{d2}^U сильно меняется. На большей части этого временного отрезка τ_{d2}^U совпадает по порядку величины с τ_h , $\tau_{d2}^U \sim \tau_h$. Тогда, попадая в некоторую ячейку зоны закручивания в следе за сферой, неупорядоченное возмущение $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)}(t, \mathbf{x})$ (как положительно, так и отрицательно определенное) крайне слабо изменяется в течение времени $\tau_{d1}^U \ll \tau_h$. По истечении времени τ_{d1}^U в ячейке появляется следующее неупорядоченное возмущение. В результате неупорядоченные возмущения накапливаются в зоне

закручивания. В узкой области Δt_* ($\Delta t_* \approx 0,05$) около точки обрыва t_* характерное время τ_{d2}^U приблизительно равно характерному времени $\tau_{d1}^U, \tau_{d2}^U \approx \tau_{d1}^U$. Тогда отрицательно определенные неупорядоченные возмущения $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)}(t, \mathbf{x}) < 0$ успевают полностью затухнуть, в то время как положительно определенные неупорядоченные возмущения $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)}(t, \mathbf{x}) > 0$ увеличиваются приблизительно в два раза.

Как положительно, так и отрицательно определенные коэффициенты $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)}(t, \mathbf{x})$ появляются в каждой ячейке следа поочередно случайным образом. Однако неизбежная неравномерность возникновения неупорядоченных возмущений разного знака не позволяет им взаимно компенсировать друг друга. Появление положительно определенных неупорядоченных возмущений $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)} > 0$ значительно превалирует над появлением отрицательно определенных неупорядоченных возмущений $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)} < 0$ при розыгрыше, соответствующем кривой 2 на рис. 1. Наоборот, появление отрицательно определенных неупорядоченных возмущений $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)} < 0$ значительно превалирует над появлением положительно определенных неупорядоченных возмущений $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)} > 0$ при розыгрыше, соответствующем кривой 3 на рис. 1. Таким образом, расхождение кривых 2 и 3 между собой является прямым следствием неравномерности возникновения неупорядоченных возмущений разных знаков.

Проведенные расчеты продемонстрировали аналогичное поведение неупорядоченных возмущений коэффициентов $\bar{C}_i^{(0)}, i = 1-4, 6, 7, 19$. В случае увеличения регулярной флуктуации $\delta \hat{C}_i^{r(0)}, i = 1, 2, 7, 19$, после потери устойчивости положительно определенные неупорядоченные возмущения $\delta \hat{C}_i^{d(0)}(t, \mathbf{x}) > 0$ затухают, в то время как отрицательно определенные неупорядоченные возмущения $\delta \hat{C}_i^{d(0)}(t, \mathbf{x}) < 0$ нарастают. В случае уменьшения регулярной флуктуации $\delta \hat{C}_i^{r(0)}, i = 3, 4$, после потери устойчивости положительно определенные неупорядоченные возмущения $\delta \hat{C}_i^{d(0)}(t, \mathbf{x}) > 0$ нарастают, в то время как отрицательно определенные неупорядоченные возмущения $\delta \hat{C}_i^{d(0)}(t, \mathbf{x}) < 0$ затухают. На большей части отрезка времени $t_{in} \leq t \leq t_*$ характерные времена изменения неупорядоченных возмущений τ_{d2}^p и τ_{d2}^n совпадают по порядку величины с $\tau_h, \tau_{d2}^p \sim \tau_h$ и $\tau_{d2}^n \sim \tau_h$. Тогда в соответствии с уравнениями со-

хранения плотности и энергии (2.7) неупорядоченное возмущение $\delta \hat{C}_i^{d(0)}(t, \mathbf{x}), i = 1-4, 6, 7, 19$, крайне слабо изменяется в течение времени $\tau_{d1}^p \ll \tau_h$ и $\tau_{d1}^n \ll \tau_h$. Неупорядоченные возмущения разных знаков появляются в зоне закручивания крайне неравномерно. Все это приводит к накоплению неупорядоченных возмущений (как положительно, так и отрицательно определенных) в зоне закручивания в следе за сферой (рис. 2).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Достижение критического значения числа Рейнольдса Re_0^* сопровождается качественным изменением поведения неупорядоченных возмущений, возникающих в набегающем на сферу потоке за счет внешнего воздействия. Поведение во времени и пространстве неупорядоченных возмущений “вынуждено” подстроиться под поведение во времени и в пространстве главных гидродинамических величин. После потери устойчивости в следе за сферой, наряду с затухающими неупорядоченными возмущениями, появляются нарастающие возмущения. Возникновение затухающих и нарастающих возмущений происходит хаотически и крайне неравномерно. Характерное время возникновения неупорядоченных возмущений в набегающем на сферу потоке, τ_{d1} , значительно меньше характерного времени их изменения в следе за сферой: $\tau_h, \tau_{d1} \ll \tau_h$. Поэтому в следе за сферой, как нарастающие, так и затухающие неупорядоченные возмущения не успевают значительно измениться за время τ_{d1} , что приводит к накоплению возмущений.

Неупорядоченное возмущение плотности набегающего потока $\Delta n_0^{(d)}$ интерпретируется в терминах неупорядоченного возмущения каждого из коэффициентов $\delta \hat{C}_i^{d(0)}, i = 1, \dots, 4$. В соответствии с уравнением непрерывности (2.7) неупорядоченные возмущения, задаваемые коэффициентами $\delta \hat{C}_i^{d(0)}, i = 1, \dots, 4$, накапливаются в зоне закручивания (рис. 3 соответствует $i = 2$). Неупорядоченное возмущение давления набегающего потока $\Delta p_0^{(d)}$ интерпретируются в терминах неупорядоченного возмущения каждого из коэффициентов $\delta \hat{C}_i^{d(0)}, i = 5, 6, 7, 19$. Однако в соответствии с уравнением энергии (2.7) только неупорядоченные возмущения, представленные коэффициентами $\delta \hat{C}_i^{d(0)}, i = 6, 7, 19$, подвержены накоплению в зоне закручивания (рис. 2 соответствует $i = 7$).

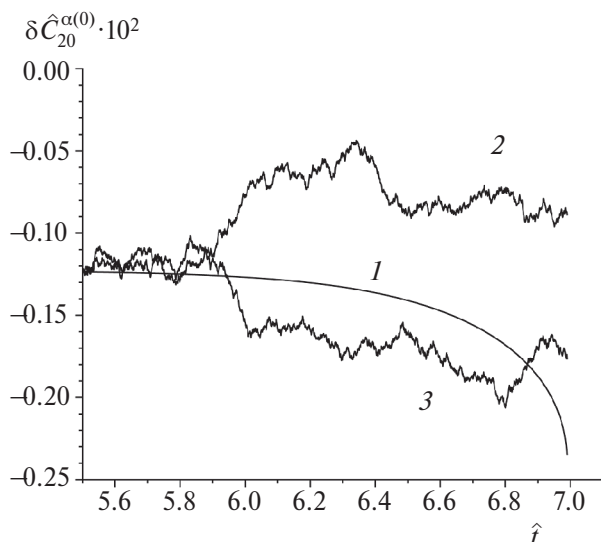


Рис. 1. Поведение во времени коэффициентов, характеризующих искажение распределения скорости течения при $Re = 400$, $\bar{K}_d^U = 0.4\%$, $t = (Re a/2U_0)\hat{t}$. Кривая 1 определяет зависимость от времени регулярного коэффициента $\delta \hat{C}_{20}^{r(0)}$. Кривые 2 и 3 определяют зависимость от времени коэффициента $\delta \hat{C}_{20}^{rd(0)}$ в двух произвольных точках зоны закручивания.

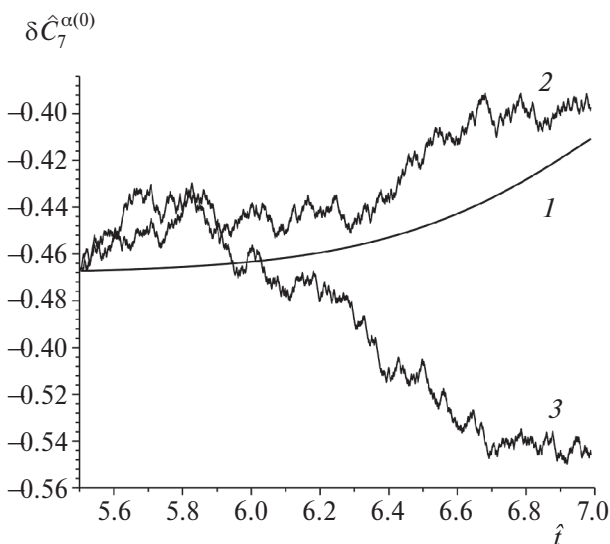


Рис. 2. Поведение во времени коэффициентов, характеризующих искажение распределения давления при $Re = 400$, $\bar{K}_d^p = 0.2\%$, $t = (Re a/2U_0)\hat{t}$. Кривая 1 определяет зависимость от времени регулярного коэффициента $\delta \hat{C}_7^{r(0)}$. 2 и 3 — зависимость от времени коэффициента $\delta \hat{C}_7^{rd(0)}$ в двух произвольных точках зоны закручивания.

В случае $Ma^2 \ll 1$ пропорциональная коэффициенту $\hat{C}_{14}^{(0)}$ составляющая пренебрежимо мала по сравнению с составляющей, пропорциональной $\hat{C}_{20}^{(0)}$. Поэтому при интерпретации неупорядоченного возмущения скорости течения $\Delta U_0^{(d)}$

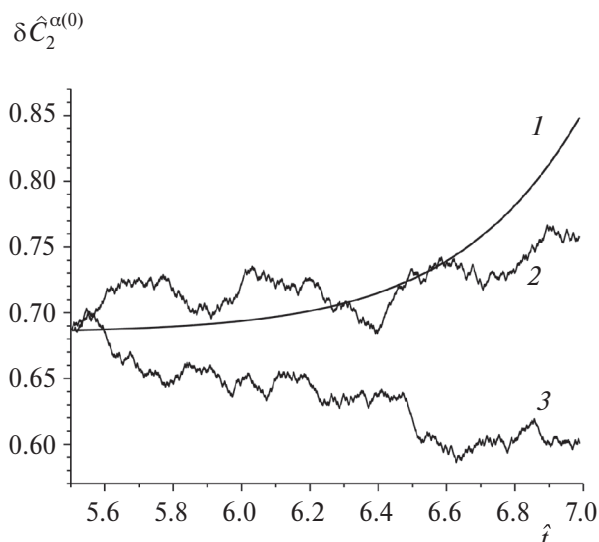


Рис. 3. Поведение во времени коэффициентов, характеризующих искажение распределения плотности числа частиц при $Re = 400$, $\bar{K}_d^n = 0.2\%$, $t = (Re a/2U_0)\hat{t}$. Кривая 1 определяет зависимость от времени регулярного коэффициента $\delta \hat{C}_2^{r(0)}$. Кривые 2 и 3 определяют зависимость от времени коэффициента $\delta \hat{C}_2^{rd(0)}$ в двух произвольных точках зоны закручивания.

неупорядоченное возмущение коэффициента $\delta \hat{C}_{14}^{d(0)}$ учитывать не следует. Выполнение закона сохранения импульса (2.6) с $i = 14$ достигается за счет члена, пропорционального $\delta \hat{C}_{14}^{s(0)}$. В отличие от неупорядоченных возмущений спонтанные флуктуации существуют в каждой точке среды постоянно, независимо от внешнего воздействия. Однако они не накапливаются в следе за сферой по следующим причинам. Возникновение и затухание спонтанных флуктуаций регулируется единственным характерным временем — τ_{s2} . Асимметрии возникновения нарастающих и затухающих спонтанных флуктуаций обеспечивает отсутствие нарастающих флуктуаций в следе за сферой [8].

Составляющая p^v полного давления выражается в терминах коэффициента $\hat{C}_{20}^{(0)}(t)$ [6]. Таким образом, накопление неупорядоченных возмущений $\delta \hat{C}_{20}^{d(0)}$ искажает регулярное распределение давления p^v [2].

В главе 5 из работы [7] уравнения многомоментной гидродинамики строятся лишь на измеряемых главных гидродинамических величинах: плотности, скорости, температуре, тензоре напряжений и тепловом потоке. В этом приближении, в соответствии с уравнениями сохранения (1.3), накоплению подвержены только неупорядоченные возмущения $\delta \hat{C}_i^{d(0)}$, $i = 1, \dots, 4, 6, 7, 19$,

20. Неупорядоченные возмущения коэффициентов $\hat{C}_i^{(0)}$, $i = 8, 9, 18$, вносящих вклад в выражение для тензора напряжений, а также неупорядоченные возмущения коэффициентов $\hat{C}_i^{(0)}$, $i = 10, \dots, 13, 15, \dots, 17$, определяющих выражение для теплового потока [6], не накапливаются.

Автор благодарен ведущему научному сотруднику ФАУ ЦАГИ А.Ф.Киселёву за помощь, оказанную при численных расчетах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kiselev A.Ph., Lebed I.V. // Chaos, Solitons, Fractals 2021.V.142. № 110491.
2. Киселев А.Ф., Лебедь И.В. // Хим. физика. 2021. Т. 40. № 1. С. 79.
3. Киселев А.Ф., Лебедь И.В. // Хим. физика. 2021. Т. 40. № 6. С. 80
4. Lebed I.V. // Physica. A. 2019. V. 515. P. 715.
5. Lebed I.V. // Physica. A. 2019. V. 524. P. 325.
6. Лебедь И.В. // Хим. физика. 1997. Т. 16. № 7. С. 72.
7. Lebed I.V. The foundations of multimoment hydrodynamics, Part 1: ideas, methods and equations. N.Y.: Nova Sci. Publ., 2018.
8. Лебедь И.В. // Хим. физика. 2022. Т. 41. № 4. С. 81.
9. Лебедь И.В. // Хим. физика. 2014. Т. 33. № 4. С. 70.
10. Лебедь И.В. // Хим. физика. 2022. Т. 41. № 1. С. 77.
11. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Гостехтеоретиздат, 1957.
12. Sakamoto H., Haniu H. // J. Fluid Mech. 1995. V. 287. P.151.
13. Филиппов В.М. // Уч. записки ЦАГИ. 2008. Т. XXXIX. № 1–2. С. 68.

ACCUMULATION OF DISORDERED PERTURBATIONS OF DENSITY, VELOCITY AND PRESSURE IN AN UNSTABLE SYSTEM

I. V. Lebed^{1, *}

¹*Institute of Applied Mechanics, Russian Academy of Science,
CityplaceMoscow, country-regionRussia*

**e-mail: lebed-ivl@yandex.ru*

A numerical study of the behavior of disordered perturbations of density, velocity and pressure in the problem of flow around a stationary solid sphere is carried out. Regular equations of multimoment hydrodynamics supplemented with stochastic components are used for the study. The statistical properties of stochastic components are identified with the statistical properties of disordered perturbations arising in the incoming flow due to external influence. It was found that the loss of stability is accompanied by the accumulation of disordered perturbations of density, velocity and pressure in the wake behind the sphere. It is shown that high values of the turbulence coefficient provide a significant accumulation of disordered disturbances, which leads to a strong distortion of the laminar flow pattern. It is found that high values of pressure and density pulsation coefficients provide an equally significant accumulation of disordered perturbations in the pressure and density.

Keywords: disordered perturbations, instability, turbulence

REFERENCES

1. A. Ph. Kiselev, I.V. Lebed, *Chaos Solitons Fractals* **142**, № 110491 (2021).
2. A. Ph. Kiselev, I.V. Lebed, *Russ. J. Phys. Chem. B* **15**(1), 189 (2021).
3. A. Ph. Kiselev, I.V. Lebed, *Russ. J. Phys. Chem. B* **15**(5), 895 (2021).
4. I.V. Lebed, *Physica A* **515**, 715 (2019).
5. I.V. Lebed, *Physica A* **524**, 325 (2019).
6. I.V. Lebed, *Chem. Phys. Rep.* **16**(7), 1263 (1997).
7. I.V. Lebed, *The Foundations of Multimoment Hydrodynamics, Part 1: Ideas, Methods and Equations* (Nova Science Publishers, N-Y, 2018).
8. I.V. Lebed, *Russ. J. Phys. Chem. B* **16**(1), 197 (2022).
9. I.V. Lebed, *Russ. J. Phys. Chem. B* **8**(2), 240 (2014).
10. I.V. Lebed, *Russ. J. Phys. Chem. B* **16**(2), 370 (2022).
11. L.G. Loitsyanskii, *Mechanics of Liquids and Gases* (Pergamon, Oxford, 1966).
12. H. Sakamoto, H. Haniu, *J. Fluid Mech.* **287**, 151 (1995).
13. V.M. Filippov, *Uchyonye Zapiski TsAGI* **XXXIX**(1-2), 68 (2008).