

УДК 541.126

ВОЗДЕЙСТВИЕ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ЭНТРОПИЮ НЕУСТОЙЧИВОЙ СИСТЕМЫ

© 2024 г. И. В. Лебедь^{1, *}¹Институт прикладной механики Российской академии наук, Москва, Россия

*E-mail: lebed-ivl@yandex.ru

Поступила в редакцию 19.10.2023;

после доработки 04.12.2023;

принята в печать 20.12.2023

Проведена оценка вклада неупорядоченных возмущений плотности, скорости и давления в парную энтропию неустойчивой системы, задающую направление ее эволюции. Неупорядоченные возмущения, возникающие в набегающем потоке посредством внешнего воздействия, рассчитаны путем численного интегрирования регулярных уравнений многомоментной гидродинамики, дополненных стохастическими составляющими. Расчет искажения парной энтропии системы за счет неупорядоченных возмущений выполнен в задаче обтекания покоящейся твердой сферы. Установлено, что неупорядоченные возмущения плотности, скорости и давления не оказывают какого-либо заметного влияния на параметры вихревой дорожки в следе за сферой.

Ключевые слова: многомоментная гидродинамика, вихревое испускание, турбулентность.

DOI: 10.31857/S0207401X24090116

ВВЕДЕНИЕ

Регулярные уравнения многомоментной гидродинамики использованы в работе [1] для интерпретации вихревого испускания в задаче обтекания сферы. Найденные неустойчивые решения этих уравнений позволили воспроизвести дорожки вихревых колец в следе за сферой. Критерий эволюции неустойчивой системы, сформулированный в терминах парной энтропии в [1], позволил обосновать переходы между неустойчивыми решениями. В работе [2] регулярные уравнения многомоментной гидродинамики дополнены стохастическими составляющими, ответственными за неупорядоченные возмущения скорости течения. Путем численного интегрирования стохастических уравнений зарегистрировано возникновение накоплений неупорядоченных возмущений скорости, которые вызвали искажение регулярной картины течения в следе за сферой. В работе [3] проведен расчет неупорядоченных возмущений плотности и давления. Учет вклада неупорядоченных возмущений плотности, скорости и давления в парную энтропию системы позволяет оценить влияние возмущений на параметры вихревой дорожки в следе за сферой.

В разд. 1 статьи выводится уравнение, позволяющее учесть вклад неупорядоченных возмущений в парную энтропию системы. В разд. 2 проводится оценка влияния неупорядоченных возмущений на вихревое испускание в следе за сферой. Параметры вихревой дорожки рассчитываются с учетом вклада неупорядоченных возмущений. В разд. 3 проводится обсуждение результатов и сравнение их с имеющимися данными и с экспериментом.

1. УЧЕТ ВКЛАДА НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ПАРНУЮ ЭНТРОПИЮ

Понятия локальной парной энтропии $S_p^{(0)}(t, \mathbf{x})$ и парной энтропии системы $S_p^{(0)}(t)$ вводятся в работах [4] и [5, гл. 6]. Локальная парная энтропия $S_p^{(0)}(t, \mathbf{x})$ определяется в терминах главных гидродинамических величин. В задаче обтекания сферы явные аналитические выражения для пространственных распределений главных гидродинамических величин содержат двадцать безразмерных коэффициентов $\hat{C}_i^{(0)}(t) = \hat{C}_i^{(0)} + \delta \hat{C}_i^{(0)}(t)$, $i = 1, \dots, 20$, [6]. Верхний индекс функций $S_p^{(0)}(t, \mathbf{x})$ и $S_p^{(0)}(t)$ соответствует решению $\hat{C}_i^{(0)}(t)$, $i = 1, \dots, 20$, используемому для расчета.

В соответствии с представлениями из работы [7] при описании отдельной системы каждая гидродинамическая величина дополняется стохастической составляющей, ответственной за неупорядоченные возмущения. Коэффициенты $\hat{C}_i^{(0)}(t)$, $i = 1, \dots, 7, 19$, содержатся в выражениях для скалярных гидродинамических величин — плотности среды n и давления p^G . Вклад неупорядоченных возмущений в n и p^G учитывается за счет членов, пропорциональных коэффициентам $\delta\hat{C}_i^{d(0)}(t)$, $i = 1, \dots, 7, 19$. Коэффициент $\hat{C}_{20}^{(0)}(t)$ содержится в выражениях для давления p^v . Выражение для скалярной величины p^v дополняется членами, пропорциональными коэффициентам $\delta\hat{C}_i^{d(0)}(t, \mathbf{x})$, $i = 23, \dots, 26$.

Коэффициенты $\hat{C}_i^{(0)}(t)$, $i = 10, \dots, 17, 20$, содержатся в выражениях для векторных гидродинамических величин — скорости течения $\mathbf{U}$ и теплового потока $\mathbf{q}^v$. Вклад неупорядоченных возмущений в $\mathbf{U}$ и $\mathbf{q}^v$ учитывается за счет членов, пропорциональных коэффициентам $\delta\hat{C}_{i,j}^{d(0)}(t, \mathbf{x})$, $i = 10, \dots, 17, 20, j = r, \theta$ (r, θ, φ — сферические координаты вектора $\mathbf{x}$). Коэффициенты $\hat{C}_i^{(0)}(t)$, $i = 5, \dots, 9, 18, 19$, содержатся в выражениях для тензора напряжений p_{kl}^G , $k, l = r, \theta$. Вклад неупорядоченных возмущений в p_{kl}^G содержат члены, пропорциональные коэффициентам $\delta\hat{C}_{i,kl}^{d(0)}(t, \mathbf{x})$, $i = 5, \dots, 9, 18, 19$. Коэффициент $\hat{C}_{20}^{(0)}(t)$ входит в выражения для тензора напряжений p_{kl}^v . Вклад неупорядоченных возмущений в p_{kl}^v учитывается за счет членов, пропорциональных коэффициентам $\delta\hat{C}_{i,kl}^{d(0)}(t, \mathbf{x})$, $i = 27, \dots, 33$ [7].

Подстановка выражений для гидродинамических величин, дополненных стохастическими членами, в уравнение для локальной парной энтропии $S_p^{(0)}(t, \mathbf{x})$ [8] позволяет отделить регулярные составляющие энтропии от стохастических составляющих. Подставим в уравнение для $S_p^{(0)}(t, \mathbf{x})$ только те из неупорядоченных возмущений, которые подвержены накоплению в зоне закручивания в следе за сферой [3]. К таким неупорядоченным возмущениям относятся следующие: $\delta\hat{C}_{i,j}^{d(0)}(t, \mathbf{x})$, $i = 1, \dots, 4, 6, 7, 19$; $\delta\hat{C}_{20,j}^{d(0)}(t, \mathbf{x})$, $j = r, \theta$, разыгрываемые отдельно для каждой из составляющих скорости; $\delta\hat{C}_{20}^{d(0)}(t, \mathbf{x})$, разыгрываемое отдельно для давления p^v [7]. Проинтегрируем полученную функцию по $\mathbf{x}$ в пределах объема системы V . В результате выражение для парной энтропии системы представляется в виде бесконечного ряда по параметру Ma^2 (число Маха):

$$S_p^{(0)}(t) = \sum_{l=0}^{\infty} S_p^{(0,l)}(t) = S_0 \sum_{l=0}^{\infty} (\text{Ma}^2)^l S_p^{(0,l)}(t). \quad (1.1)$$

В (1.1), $\text{Ma}^2 = mU_0^2/kT_0$, $S_0 = kn_0v_0$, $v_0 = (4/3)\pi a^3$, n_0 и T_0 — плотность и температура невозмущенной среды, U_0 — скорость набегающего потока, m — масса частицы, k — постоянная Больцмана. Твердая сфера радиусом a , совершающая равномерное и прямолинейное движение в невозмущенной среде, является открытой системой с независимыми от времени граничными условиями. Первые два члена разложения (1.1) могут быть опущены, так как эти члены являются постоянными величинами [4]. В пределе $\text{Ma}^2 \ll 1$ третий член доминирует в (1.1):

$$S_p^{d(0,2)}(t) = kn_0v_0\text{Ma}^4\hat{S}_p^{d(0,2)}(t) = kn_0v_0\text{Ma}^4\left[\hat{S}_p^{(0,2)}(t) + \delta\hat{S}_p^{d(0,2)}(t)\right], \quad (1.2)$$

здесь

$$S_p^{(0,2)}(t) = \hat{S}_p^{(0,2)} + \delta\hat{S}_p^{r(0,2)}(t). \quad (1.3)$$

В (1.2) и (1.3)

$$\begin{aligned} S_p^{(0,2)} &= \hat{S}_p^{(0,2)}\left(\hat{C}_1^{(0)}, \dots, \hat{C}_{20}^{(0)}\right), \\ \delta S_p^{r(0,2)}(t) &= \hat{S}_p^{r(0,2)}\left[\hat{C}_1^{(0)} + \delta\hat{C}_1^{r(0)}(t), \dots, \hat{C}_{20}^{(0)} + \delta\hat{C}_{20}^{r(0)}(t)\right], \\ \delta S_p^{d(0,2)}(t) &= \int_V \hat{F}_p^{d(0,2)}(\mathbf{x}, \hat{C}_i^{(0)}, \delta\hat{C}_i^{r(0)}(t), \\ &\quad \delta\hat{C}_k^{d(0)}(t, \mathbf{x}), \delta\hat{C}_{20,j}^{d(0)}(t, \mathbf{x}))d\mathbf{x}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

В уравнении (1.4) безразмерная парная энтропия $S_p^{(0,2)}$ является нелинейной функцией стационарных коэффициентов $\hat{C}_i^{(0)}$, $i = 1, \dots, 20$, безразмерная парная энтропия $\delta S_p^{r(0,2)}(t)$ — нелинейной функцией коэффициентов $\hat{C}_i^{(0)}$ и регулярных флуктуаций $\delta\hat{C}_i^{r(0)}$, $i = 1, \dots, 20$. Каждая составляющая функции $\hat{F}_p^{d(0,2)}$ содержит линейно или нелинейно коэффициенты $\delta\hat{C}_k^{d(0)}(t, \mathbf{x})$, $k = 1, \dots, 4, 6, 7, 19, 20$, $\delta\hat{C}_{20,j}^{d(0)}(t, \mathbf{x})$, $j = r, \theta$ [3].

Изменение парной энтропии $S_p^{(0)}(t)$ во времени происходит либо за счет ее оттока через ограничивающую систему поверхность — $\Delta_{EX}S_p^{(0)}(t)$, либо за счет производства ее самой системой $\Delta_{IN}S_p^{(0)}(t)$. Общее выражение для производства локальной парной энтропии за счет столкновений $\Delta_{IN}S_p^{(0)}(t, \mathbf{x})$

представлено в работах [4] и [5, гл.7]. В соответствии с изложенным в работе [4] в каждой точке пространства x в каждый момент времени t функция $\Delta_{IN}S_p^{(0)}(t, x)$ является величиной неотрицательной, т.е. столкновения частиц генерируют энтропию в каждый момент времени в каждой точке пространства. Эволюция парной энтропии $S_p^{(0)}(t)$ протекает при отсчете времени в прогрессирующем направлении на временной оси, устремленной из прошлого в будущее.

Понятия обратной локальной парной энтропии $S_p^{*(0)}(t^*, x)$ и обратной парной энтропии системы $S_p^{*(0)}(t^*)$ вводятся в работах [4] и [5, гл.7], где локальная парная энтропия $S_p^{*(0)}(t^*, x)$ выражается в терминах главных гидродинамических величин. Локальная парная энтропия $S_p^{*(0)}(t^*, x)$ рассчитывается по решению $\hat{C}_i^{*(0)}(t^*) = \hat{C}_i^{(0)} + \delta\hat{C}_i^{r(0)}(t^*)$, $i = 1, \dots, 20$, обратных уравнений многомоментной гидродинамики [6]. Аналитическое выражение для производства локальной парной энтропии за счет столкновений $\Delta_{IN}S_p^{*(0)}(t^*, x)$ представлено в работах [4] и [5, гл. 7]. В соответствии с изложенным в [4] в каждой точке пространства x , в каждый момент времени t^* функция $\Delta_{IN}S_p^{*(0)}(t^*, x)$ является величиной неположительной, т.е. при столкновении частиц энтропия поглощается в каждый момент времени в каждой точке пространства. Эволюция обратной парной энтропии $S_p^{*(0)}(t^*)$ протекает при отсчете времени в прогрессирующем направлении на временной оси, устремленной из будущего в прошлое.

Парная энтропия, как и энтропия Больцмана, имеет смысл объема, занимаемого системой в Γ -пространстве [4]. В соответствии с Н-теоремой Больцмана эволюция системы сопровождается ростом ее объема в Γ -пространстве, т.е. ростом энтропии системы. Качественно иное поведение энтропии проявляется при потере системой устойчивости. Энтропия потерявшей устойчивость системы уменьшается в процессе ее эволюции, причем система выбирает такое направление эволюции, которое сопровождается наиболее быстрым уменьшением ее энтропии [1, 8].

2. ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ НЕУПОРЯДОЧЕННЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ НА ВИХРЕВОЕ ИСПУСКАНИЕ

На рис. 1 представлена зависимость от времени безразмерных парных энтропий $S_p^{(0,2)}(t)$, $S_p^{*(0,2)}(t^*)$, рассчитанных при числе Рейнольдса $Re = 400$ по

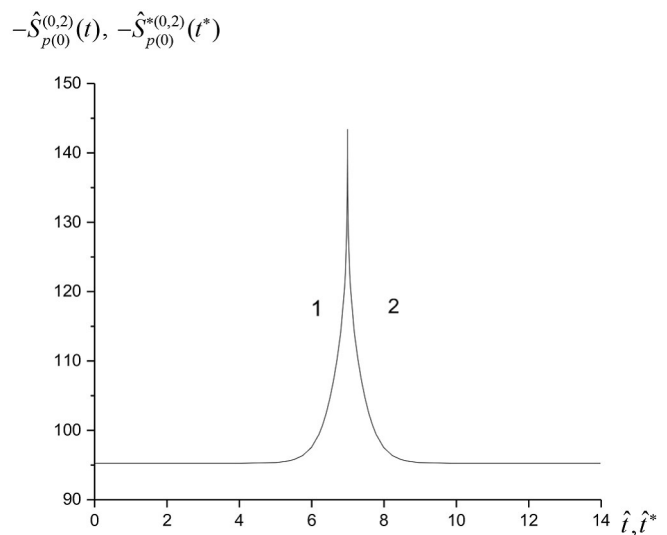


Рис. 1. Поведение во времени парной энтропии, рассчитанной в пределах полусферического концентрического слоя H_0 за вычетом пространственного полусегмента; $\hat{r}_2 = 2.12$, $\hat{r}_3 = 1.0$, $Re = 400$, $\hat{t}_* = 6.99$.

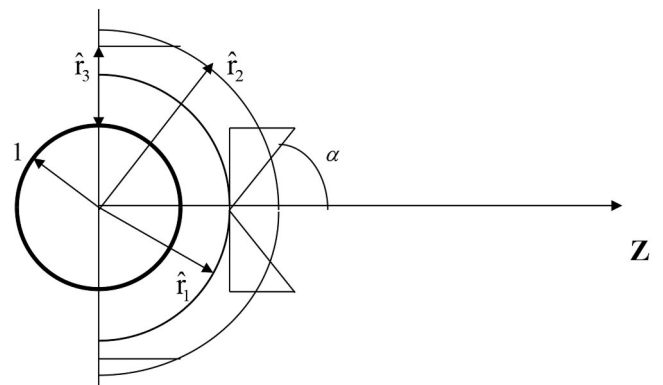


Рис. 2. Полусферический концентрический слой H_0 : $1 \leq \hat{r} \leq \hat{r}_2$, $\pi/2 \leq \theta \leq 0$, $2\pi \leq \varphi \leq 0$; полусферический концентрический слой H_1 : $1 \leq \hat{r} \leq \hat{r}_1$, $\pi/2 \leq \theta \leq 0$, $2\pi \leq \varphi \leq 0$; полусферический концентрический слой H_2 : $\hat{r}_1 \leq \hat{r} \leq \hat{r}_2$, $\pi/2 \leq \theta \leq 0$, $2\pi \leq \varphi \leq 0$; $\cos \alpha = 0.886$.

решениям $\hat{C}_i^{(0)}(t) = \hat{C}_i^{(0)} + \delta\hat{C}_i^{r(0)}(t)$, $\hat{C}_i^{*(0)}(t^*) = \hat{C}_i^{(0)} + \delta\hat{C}_i^{r(0)}(t^*)$, $i = 1, \dots, 20$. Характерным масштабом времени на рис. 1 является время $\tau_h = Re a / (2U_0)$: $t = \tau_h \hat{t}$, $t^* = \tau_h \hat{t}^*$. Число Рейнольдса рассчитывается по диаметру сферы: $Re = 2mn_0 U_0 a / \eta_0$, где $\eta_0 = \eta(T_0)$ – динамическая вязкость [1]. При расчете регулярной составляющей парной энтропии $S_p^{(0,2)}(t)$, $S_p^{*(0,2)}(t^*)$ интегрирование выполняется в пределах полусферического концентрического слоя H_0 ($1 \leq \hat{r} \leq \hat{r}_2$, $\pi/2 \leq \theta \leq 0$, $2\pi \leq \varphi \leq 0$) за вычетом пространственного полусегмента, ограниченного пространственной полухордой $\hat{r}_3 + 1$, которая обладает формой кольца (рис. 2). Нижний индекс в скобках соответствует области простран-

ства, где проводится пространственное интегрирование.

Перемещение изображающей точки по кривой от $t=0$ до $t=t_*$, описываемое решением $\hat{C}_i^{(0)}(t)$ соответствует возбуждению зоны закручивания (рис. 1). Начиная с момента времени $t=0$ и вплоть до момента $t=t_*$, энтропия $S_{p(0)}^{(0,2)}(t)$ перманентно падает. Такое поведение энтропии соответствует удалению состояния потерявшей устойчивость системы от состояния статистического равновесия. К моменту времени $t=t_*$ степень возбуждения зоны закручивания достигает максимума, что соответствует минимальному значению функции $S_{p(0)}^{(0,2)}(t)$. В момент $t=t_*$ решение $\hat{C}_i^{(0)}(t)$, $i=1, \dots, 20$, уравнений многомоментной гидродинамики обрывается.

Начиная с момента времени $t=t_*$, эволюция системы описывается решением $\hat{C}_i^{*(0)}(t^*)$. Парная энтропия $S_{p(0)}^{(0,2)}(t)$ существует в диапазоне $0 < t < t_*$, а $-S_{p(0)}^{*(0,2)}(t^*)$ существует в диапазоне $t_* < t < 2t_*$. Перемещение изображающей точки по кривой $S_{p(0)}^{*(0,2)}(t^*)$ от $t=t_*$ до $t=2t_*$ (рис. 1) соответствует возвращению максимально возбужденной зоны закручивания в исходное положение, т.е. в положение, соответствующее моменту времени $t=0$. В соответствии с соотношениями связи между коэффициентами $\hat{C}_i^{*(0)}(t^*)$ и $\hat{C}_i^{(0)}(t)$ для любого момента времени t_0 ($0 \leq t_0 \leq t_*$) выполняется соотношение $S_{p(0)}^{*(0,2)}(t^*) \Big|_{t^*=2t_*-t_0} = \hat{S}_{p(0)}^{(0,2)}(t) \Big|_{t=t_0}$ [1]. В дальнейшем решение $\hat{C}_i^{(0)}(t)$, $\hat{C}_i^{*(0)}(t^*)$, $i=1, \dots, 20$, обозначается как Sol_0 . Это решение описывает периодические пульсации зоны закручивания в следе за сферой.

Представим функцию $S_{p(0)}^{(0,2)}(t)$ в виде суммы функций:

$$S_{p(0)}^{(0,2)}(t) = \hat{S}_{p(1)}^{(0,2)}(t) + \hat{S}_{p(2)}^{(0,2)}(t). \quad (2.1)$$

Энтропия $S_{p(1)}^{(0,2)}(t)$ рассчитывается в пределах полусферического концентрического слоя H_1 : $1 \leq \hat{r} \leq \hat{r}_1$, $\pi/2 \leq \theta \leq 0$, $2\pi \leq \varphi \leq 0$, $\hat{r}_1 < \hat{r}_2$. Энтропия $S_{p(2)}^{(0,2)}(t)$ рассчитывается в пределах полусферического концентрического слоя H_2 : $\hat{r}_1 < \hat{r} \leq \hat{r}_2$, $\pi/2 \leq \theta \leq 0$, $2\pi \leq \varphi \leq 0$, за вычетом пространственного полусегмента (рис. 2). При расчете $S_{p(1)}^{(0,2)}(t)$ и $S_{p(2)}^{(0,2)}(t)$ параметры $\hat{r}_1$ и $\hat{r}_2$ являются величинами постоянными.

Пусть изображающая точка перемещается вверх по кривой (рис. 1). К моменту времени $t=t_1$ зона закручивания достигает степени возбуж-

дения, характеризуемой функцией $S_{p(0)}^{(0,2)}(t=t_1)$. Моменту времени $t=t_1$ соответствует точка пересечения кривых 1 и 2 на рис. 2. В момент $t=t_1$ справедливы соотношения

$$S_{p(0)}^{(0,2)}(t) \Big|_{t=t_1} = \hat{S}_{p(1)}^{(0,2)}(t) \Big|_{t=t_1} + \hat{S}_{p(2)}^{(1,2)}(t) \Big|_{t=t_1} \quad (2.2a)$$

$$\frac{\partial S_{p(0)}^{(0,2)}(t)}{\partial t} \Big|_{t=t_1} = \frac{\partial \hat{S}_{p(1)}^{(0,2)}(t)}{\partial t} \Big|_{t=t_1} + \frac{\partial \hat{S}_{p(2)}^{(1,2)}(t)}{\partial t} \Big|_{t=t_1} \quad (2.2b)$$

Левая часть (2.2a) задает функцию $S_{p(0)}^{(0,2)}(t)$, рассчитанную в пределах слоя H_0 . Функция $S_{p(1)}^{(0,2)}(t)$ в правой части (2.2a) рассчитана в пределах слоя H_1 . Функция $S_{p(2)}^{(1,2)}(t)$ в правой части (2.2a) рассчитана по решению Sol_1 для $\text{Re} = 400$. Это решение описывает движение одиночного вихревого кольца в следе за сферой. Коэффициент C_{21} в решении Sol_1 задает положение вихревой структуры на оси Z . Геометрические размеры области пространства, в которой существует решение Sol_1 , представлены на рис. 2. При расчете $S_{p(2)}^{(1,2)}(t)$ время отсчета начала движения одиночной вихревой структуры выбирается так, чтобы к моменту $t=t_1$ перемещающаяся в пространстве вихревая структура достигала положения $C_{21} = \hat{r}_1$, рис. 2. То есть, в момент времени $t=t_1$ положение одиночной вихревой структуры на оси Z определяется величиной $\hat{r}_1$, задающей внешнюю границу слоя H_1 . Функция $\hat{S}_{p(1)}^{(0,2)}(t)$ правой части (2.2a) имеет вид

$$\hat{S}_{p(1)}^{(0,2)}(t=t_1) = \hat{S}_{p(1)}^{(0,2)}(t=t_1 + \Delta t_1). \quad \Delta t_1 > 0. \quad (2.3)$$

Левая часть (2.2) соответствует состоянию системы S^- , при котором объем H_0 полностью занимает зона закручивания, задаваемая решением Sol_0 . К моменту времени $t=t_1$ зона закручивания достигает степени возбуждения, которая характеризуется функцией $\hat{S}_{p(0)}^{(0,2)}(t_1)$ – кривая 1 на рис. 3. В соответствии с (2.1), в состоянии S^- ядро зоны закручивания обладает степенью возбуждения, характеризуемой функцией $\hat{S}_{p(1)}^{(0,2)}(t_1)$, периферия зоны закручивания обладает степенью возбуждения, характеризуемой функцией $\hat{S}_{p(2)}^{(0,2)}(t_1)$. Правая часть (2.2) соответствует качественно иному состоянию системы S^+ . А именно, в состоянии S^+ периферия зоны закручивания со степенью возбуждения $\hat{S}_{p(2)}^{(0,2)}(t_1)$, соответствующей состоянию системы S^- , замещается отдельной вихревой структурой, задаваемой решением Sol_1 . Эта вих-

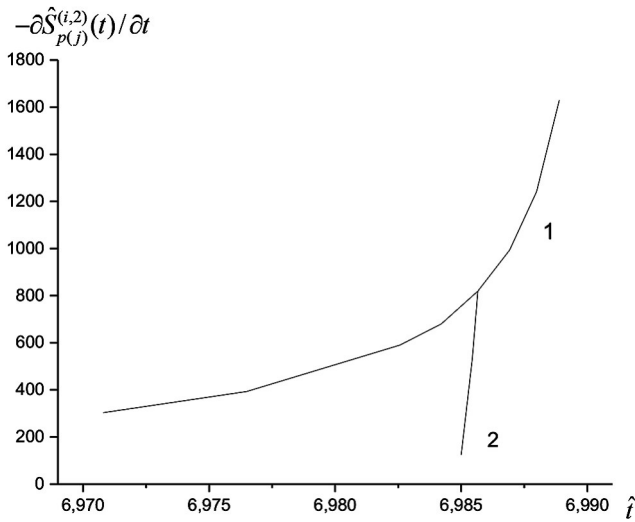


Рис. 3. Поведение во времени производной парной энтропии, при $Re = 400$. Функция $\partial \hat{S}_{p(0)}^{(0,2)}(t) / \partial t$, рассчитанная по решению Sol_0 в пределах полусферического концентрического слоя H_0 за вычетом пространственного полусегмента, представлена кривой 1; $\hat{r}_2 = 2.12$, $\hat{r}_3 = 1.0$. Сумма двух функций, $\hat{S}_{p(1)}^{(0,2)}(t)$ и $\hat{S}_{p(2)}^{(1,2)}(t)$, представлена кривой 2. Составляющая $\hat{S}_{p(1)}^{(0,2)}(t)$ рассчитана по решению Sol_0 в пределах полусферического концентрического слоя H_1 , $\hat{r}_1 = 1.571$; составляющая $\hat{S}_{p(2)}^{(1,2)}(t)$ рассчитана по решению Sol_1 в пределах области существования решения, расположенной на внешней границе полусферического концентрического слоя H_1 . Время перестроения $\hat{t}_1 = 6.9857$, $t = (Re a / (2U_0)) \hat{t}$.

ревая структура характеризуется энтропией $\hat{S}_{p(2)}^{(1,2)}(t_1)$. В состоянии S^+ ядро зоны закручивания со степенью возбуждения $\hat{S}_{p(1)}^{(0,2)}(t_1)$, соответствующей состоянию системы S^- , замещается в слое H_1 ядром зоны закручивания с иной степенью возбуждения. Ядро зоны закручивания в состоянии S^+ обладает степенью возбуждения, характеризуемой в (2.3) функцией $\hat{S}_{p(1)}^{(0,2)}(t_1 + \Delta t_1)$, $\Delta t_1 > 0$. Степень возбуждения ядра зоны закручивания в состоянии S^+ более высока по сравнению со степенью возбуждения зоны закручивания в состоянии S^- . Таким образом, соотношения (2.2) описывают мгновенное перестроение течения, имеющее место в момент времени $t = t_1$.

Кривая 1 на рис. 3 задает поведение во времени производной энтропии $\partial \hat{S}_{p(0)}^{(0,2)}(t) / \partial t$, которая рассчитывается в пределах слоя H_0 . Кривая 2 на рис. 3 задает поведение во времени суммы двух производных; $\partial \hat{S}_{p(1)}^{(0,2)}(t) / \partial t$ и $\partial \hat{S}_{p(2)}^{(1,2)}(t) / \partial t$. Для каждого момента времени t , не слишком близкого к моменту возврата $t = t_*$, имеется такой промежуток времени $\Delta t_1 > 0$, $t + \Delta t_1 < t_*$, когда обеспечивается выполнение равенства (2.2a). Однако, как следует из рис. 3, только в момент времени перестроения

$t = t_1$ при выполнении равенства (2.2a) одновременно выполняется равенство (2.2b). Параметр $\hat{r}_1$ выбран таким образом, чтобы степень возбуждения ядра зоны закручивания, $\hat{S}_{p(1)}^{(0,2)}(t = t_1 + \Delta t_1)$, достигала предельно высокого значения. А именно, для $\hat{r}_1 = 1.571$ время $t_1 + \Delta t_1$ совпадает со временем возврата $t = t_*$, т.е. $t_1 + \Delta t_1 = t_*$. Дальнейшее уменьшение параметра $\hat{r}_1$ исключает возможность перестроения течения, т.е. возможность появления вихревой структуры на периферии зоны закручивания. Количественное расхождение параметров для расчета кривых 1 и 2 на рис. 3 с параметрами для расчета кривых 3 и 4 на рис. 8 из [1] объясняется более точным расчетом энтропии вихревого кольца в настоящем исследовании, рис. 2.

Тогда, в соответствии с критерием эволюции [1, 8], система выбирает направление эволюции, которое предлагает ему течение, перестроенное в момент времени $t = t_1$. А именно, решение Sol_0 на периферии зоны закручивания замещается решением Sol_1 , которое задает перемещающееся вниз по потоку вихревое кольцо. Из рис. 3 следует, что

$$\left. \frac{\partial^2 \hat{S}_{p(1)}^{(0,2)}(t)}{\partial t^2} \right|_{t=t_1} + \left. \frac{\partial^2 \hat{S}_{p(2)}^{(1,2)}(t)}{\partial t^2} \right|_{t=t_1} < \left. \frac{\partial^2 \hat{S}_{p(0)}^{(0,2)}(t)}{\partial t^2} \right|_{t=t_1}. \quad (2.4)$$

Т.е., комбинация решений Sol_0 и Sol_1 обеспечивает в процессе эволюции более резкое падение энтропии в сравнении с решением Sol_0 , что является причиной замещения.

Эволюция перестроенного течения протекает следующим образом. Начиная с момента времени $t = t_1$, одиночная вихревая структура начинает перемещаться вниз по потоку в соответствии с решением Sol_1 . Внешняя граница $\hat{r}_1$ слоя H_1 , привязывается к положению в пространстве одиночной вихревой структуры $\hat{r}_1(t) = \hat{C}_{21}(t)$ [1], т.е., эта граница перемещается вместе с вихревой структурой. К моменту $t_1 + T$, вихревая структура в соответствии с решением Sol_1 достигает положения $\hat{C}_{21}(t_1 + T)$. Внешняя граница $\hat{r}_1(t)$ слоя H_1 в момент $t_1 + T$ задает границу $\hat{r}_2$ внешнего слоя: $\hat{r}_1(t_1 + T) = \hat{r}_2 = 2.12$.

Поведение во времени парной энтропии рассчитывается в пределах слоя H_1 с перемещающейся в пространстве внешней границей $\hat{r}_1(t)$. В момент t_1 парная энтропия $\hat{S}_{p(1)}^{(0,2)}(t = t_1)$ обладает предельно низким значением, т.е.

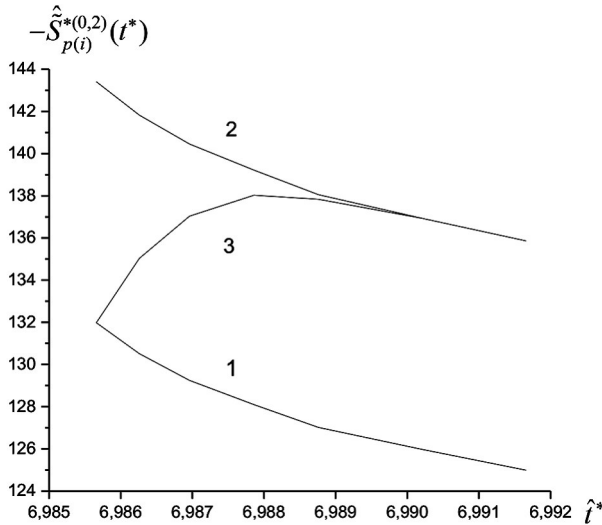


Рис. 4. Поведение во времени обратной парной энтропии, рассчитанной по решению Sol_0 , $\text{Re} = 400$. Функция $\hat{S}_{p(1)}^{*(0,2)}(t^*)$, рассчитанная в пределах полусферического концентрического слоя H_1 , представлена кривой 1; $\hat{r}_1 = 1.571$. Функция $\hat{S}_{p(0)}^{*(0,2)}(t^*)$, рассчитанная в пределах полусферического концентрического слоя H_0 за вычетом пространственного полусегмента, представлена кривой 2; $\hat{r}_2 = 2.12$, $\hat{r}_3 = 1.0$. Функция $\hat{S}_{p(1-2)}^{*(0,2)}(t^*)$, рассчитанная в пределах полусферического концентрического слоя с перемещающейся внешней границей $\hat{r}_1(t)$, представлена кривой 3. Время перестроения $\hat{t}_1 = 6.9857$, время отделения $\hat{t}_1 = T = 6.99$, $t^* = (Re a / (2U_0)) \hat{t}^*$.

$\hat{S}_{p(1)}^{*(0,2)}(t = t_1) = \hat{S}_{p(1)}^{*(0,2)}(t^* = t_1)$. Начиная с момента времени $t = t_1$ движение системы описывается обратными уравнениями многомоментной гидродинамики. Пусть начала отсчета времени на двух временных осях совпадают. Кривой 1 на рис. 4 представлена эволюция парной энтропии $\hat{S}_{p(1)}^{*(0,2)}(t^*)$: $\hat{S}_{p(1)}^{*(0,2)}(t^* = t_1) = \hat{S}_{p(1)}^{*(0,2)}(t^* = t_*)$. Кривой 2 представлена эволюцию парной энтропии $\hat{S}_{p(0)}^{*(0,2)}(t^*)$: $\hat{S}_{p(0)}^{*(0,2)}(t^* = t_1) = \hat{S}_{p(0)}^{*(0,2)}(t^* = t_*)$. Кривой 3 представлена эволюция парной энтропии $\hat{S}_{p(1-2)}^{*(0,2)}(t^*)$ с перемещающейся внешней границей $\hat{r}_1(t)$: $\hat{S}_{p(1-2)}^{*(0,2)}(t^* = t_1) = \hat{S}_{p(1-2)}^{*(0,2)}(t^* = t_*)$. Отрезок времени $T = t_* - t_1$ выбран так, чтобы при достижении момента времени $t^* = t_1 + T$ величина парной энтропии $\hat{S}_{p(0)}^{*(0,2)}(t^*)$ достигла величины, которой парная энтропия $\hat{S}_{p(0)}^{*(0,2)}(t)$ обладает в момент $t = t_1$:

$$\begin{aligned} \hat{S}_{p(0)}^{*(0,2)}(t^* = t_1 + T) &= \hat{S}_{p(0)}^{*(0,2)}(t^* = t_*) = \\ &= \hat{S}_{p(0)}^{*(0,2)}(t^* = 2t_* - t_1) = \hat{S}_{p(0)}^{*(0,2)}(t = t_1). \end{aligned} \quad (2.5)$$

К моменту времени $t_1 + T$ одиночная вихревая структура пересекла внешнюю границу периферии зоны закручивания $\hat{r}_2$, т.е. $\hat{S}_{p(1-2)}^{*(0,2)}(t^* = t_1 + T) = \hat{S}_{p(0)}^{*(0,2)}(t^* = t_1 + T)$. Будем считать момент времени $t_1 + T$ моментом отделения одиночной вихревой структуры от зоны закручивания. Таким образом, к моменту времени $t_1 + T$ система достигла условий, идентичных условиям, которыми эта система обладала в момент времени $t = t_1$. А именно, одиночная вихревая структура вышла за пределы полусферического концентрического слоя H_0 за вычетом пространственного полусегмента. Слой H_0 целиком заняла зона закручивания, описываемая решением Sol_0 .

Далее, как и ранее, периферия зоны закручивания, размещающаяся в слое H_2 , замещается одиночной вихревой структурой, даваемой решением Sol_2 . В тот же время, в слое H_1 ядро зоны закручивания со степенью возбуждения, соответствующей состоянию S^- , замещается ядром зоны закручивания со степенью возбуждения, соответствующей состоянию S^+ . В момент времени $t = t_1 + T$ при выполнении равенства (2.2а) одновременно выполняется равенство (2.2б). Тогда, в соответствии с критерием эволюции [1, 8], созданное после замещения направление оказывается более предпочтительным для системы. Как и в момент времени $t = t_1$, в момент $t = t_1 + T$ одиночная вихревая структура в соответствии с решением Sol_2 начинает перемещаться от внешней границы ядра зона закручивания $\hat{r}_1$ к внешней границе периферии зоны закручивания $\hat{r}_2$. Периодическое отделение одиночной вихревой структуры происходит с периодом $T = t_* - t_1$.

Положения в пространстве периодически отделяющихся вихревых колец представлено на рис. 2 и 4 в работе [2]. На рис. 2 вихревое испускание рассчитано по решению Sol_2 , на рис. 4 — по решению Sol_1 . При расчете материальных линий этих рисунков использованы разные способы моделирования вихревого кольца. Обсуждение точности расчета проведено в работе [1].

Для оценки влияния неупорядоченных возмущений на параметры вихревого испускания необходимо использовать в расчетах парную энтропию $\hat{S}_p^{d(0,2)}(t)$ вместо энтропии $\hat{S}_p^{(0,2)}(t)$ из (1.2). Составляющая $\delta \hat{S}_p^{d(0,2)}(t)$ (1.4) ответственна за отличие невозмущенной парной энтропии $\hat{S}_p^{(0,2)}(t)$ от возмущенной энтропии $\hat{S}_p^{d(0,2)}(t)$. При расчете

функции $\hat{S}_p^{d(0,2)}(t)$ во внимание принимаются только такие неупорядоченные возмущения, которые подвержены накоплению в зоне закручивания. Это неупорядоченные возмущения плотности набегающего потока $\Delta n_0^{(d)}$, которые интерпретируются в терминах неупорядоченных возмущений каждого из коэффициентов $\delta \hat{C}_j^{d(0)}$, $j = 1, \dots, 4$. Это неупорядоченные возмущения скорости набегающего потока $\Delta U_0^{(d)}$, которые интерпретируются в терминах неупорядоченных возмущений коэффициента $\delta \hat{C}_{20,j}^{d(0)}(t, x)$, $j = r, \theta$, и это неупорядоченные возмущения давления набегающего потока $\Delta p_0^{(d)}$, которые интерпретируются в терминах неупорядоченных возмущений каждого из коэффициентов $\delta \hat{C}_i^{d(0)}$, $i = 6, 7, 19$.

При расчетах использовано высокое значение коэффициента турбулентности $\bar{K}_d^U = 0.4\%$, а также высокие значения коэффициентов пульсаций давления и плотности: $\bar{K}_d^p = 0.2\%$, $\bar{K}_d^n = 0.2\%$ [3]. В соответствии с моделью вихревая структура появляется на внешней границе полусферического концентрического слоя $\hat{r} = \hat{r}_1$ мгновенно. Функция $\hat{S}_p^{(1,2)}(t)$ в правой части (2.2а), описывающая движение одиночного вихревого кольца, рассчитывается в момент перестроения течения $t = t_1$. Мгновенность перестроения исключает необходимость учета неупорядоченных возмущений функции $\hat{S}_p^{(0,2)}(t)$, накопление которых требует определенного времени.

Расчеты показали, что расхождение между кривыми 1 и 2 на рис. 3 и соответствующими кривыми, учитывающими неупорядоченные возмущения плотности, скорости и давления не превышает 1%. Неупорядоченные возмущения хаотически искажают материальные линии, по которым движутся жидкие частицы, что создает турбулентную картину течения как в зоне закручивания, так и в оторвавшемся от зоны закручивания вихревом кольце см. (рис. 7 и рис. 8 в работе [2]). Однако в рассматриваемом приближении неупорядоченные возмущения не оказывают заметного влияния на параметры вихревого испускания (размеры испускаемого вихревого кольца, расстояние между вихревыми кольцами). Этот вывод согласуется с результатами наблюдения вихревого испускания [9]. В соответствии с [9], хаотические искажения накладываются на регулярную вихревую дорожку, маскируя, но не разрушая ее. Нарастание хаотичности не сопровож-

дается заметными изменениями параметров вихревой дорожки.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Немецкий физик и гидростроитель Г. Хаген был одним из первых, кто в 1839 г. обратил внимание на явление турбулентности. Дальнейшие исследования этого явления сопровождались возникновением предположений о причинах перехода от ламинарного движения среды к турбулентному. О. Рейнольдс в 1883 г. предположил, что причиной смены режимов течения является потеря его устойчивости, которая приводит к росту слабых возмущений, присутствующих в среде [10]. Дж. Тэйлор выдвинул в 1935 г. иное предположение. По Тэйлору причиной смены режимов течения является образование крупных вихрей, которые зарождаются около поверхностей, ограничивающих течение [10, 11].

Однако уравнения классической гидродинамики не смогли поддержать представления О. Рейнольдса и Дж. Тейлора о причине смены режимов. Численное интегрирование уравнений Навье – Стокса позволило провести теоретическое исследование возникновения и развития неустойчивости. При линейном анализе малые возмущения гидродинамических величин раскладывались в ряд Фурье по времени и пространственной переменной. Линейный анализ показал, что при достижении некоторого критического числа Рейнольдса устойчивое решение теряет свою устойчивость, амплитуда одного из членов разложения (волны) начинает нарастать [12]. Однако прямое численное интегрирование установило, что характерное время роста амплитуды волны Δt крайне ограничено. В задаче обтекания время роста не превосходит $\Delta t \sim \text{Re } l / U_0$ [13], где l – характерный масштаб течения. Нарастание возмущения завершается насыщением нового устойчивого решения, характеризуемого регулярным колебательным движением системы около нового устойчивого положения. Таким образом, численный анализ не подтвердил предположение Рейнольдса о возникновении турбулентности в результате роста амплитуды слабого возмущения (волны) после потери устойчивости течения.

В 1944 г. Л. Ландау предположил, что переход между ламинарным и турбулентным режимами является результатом последовательности бифуркаций Хопфа. Каждая бифуркация Хопфа обла-

дает собственной частотой гармонических колебаний. Многопериодическое, по существу хаотическое, движение изображающей точки около нового устойчивого положения отождествляется с турбулентностью. Однако спектр мощности системы остается дискретным, приближаясь к непрерывному пределу в результате бесконечной цепочки последовательных бифуркаций Хопфа. Вероятная синхронизация частот гармонических колебаний (волн) затрудняет возможность достижения непрерывного предела [14]. Прямое численное интегрирование и линейный анализ подтвердили предположение Ландау в задаче обтекания сферы [12, 15].

Не следует исключать, что уравнения Навье—Стокса обладают конечным числом устойчивых решений. По мере удаления состояния системы от состояния статистического равновесия каждое из устойчивых решений будет последовательно терять устойчивость. После потери устойчивости последним устойчивым решением изображающая точка будет «обречена метаться» между неустойчивыми решениями. В результате многопериодическое движение изображающей точки приобретет дополнительные признаки хаотичности. Хаотическое блуждание между неустойчивыми решениями демонстрирует система уравнений Лоренца, интерпретирующая эксперимент Бенара [16]. Искусственное обрезание исходной системы уравнений Навье—Стокса тремя первыми членами Фурье-разложения ограничивает количество решений уравнений системы Лоренца. После потери устойчивости всеми решениями системы Лоренца изображающая точка «устремляется» на поиск новых решений. Однако новых решений она не находит, поэтому она «вынуждена метаться» между неустойчивыми решениями. Искусственное обрезание ограничивает область фазового пространства, доступного для изображающей точки, т.е. оно создает странный аттрактор [17].

Представление Дж. Тэйлора о причине смены режимов получило впоследствии свое дальнейшее развитие. Многолетнее наблюдение за турбулентными процессами позволило обнаружить изобилие крупных вихрей. Турбулентные картины течения зарегистрировали вихри, локализованные у ограничивающих течение поверхностей; вихревые дорожки, образующиеся в результате отделения от пристеночных вихрей; другие крупные

вихри. Крупные вихри получили название когерентных структур [18]. Эволюция регулярных когерентных структур (их зарождение, перемещение и разрушение) отождествлялась с турбулентностью [19].

Задача обтекания покоящейся твердой сферы является хорошим объектом для исследования неустойчивости и турбулентности. Сравнение результатов моделирования с данными экспериментов в задаче обтекания сферы выявило ярко выраженные расхождения (см. обзор [20]). Эксперимент регистрирует базовое устойчивое осесимметричное состояние $U_0^{exp}(x)$, устойчивое асимметричное состояние $U_1^{exp}(x)$ и устойчивое состояние центрального типа $U_2^{exp}(t, x)$. Каждое из этих трех устойчивых течений, потеряв устойчивость, начинает развиваться в собственном, качественно отличном от других направлении. Каждое из наблюдаемых в эксперименте направлений неминуемо достигает режима периодического вихревого испускания на пути продвижения к турбулентности. Каждое из шести наблюдаемых режимов вихревого испускания характеризуется своими собственными, присущими ему одному характерными особенностями вихревого испускания. Однако независимо от выбранного экспериментом направления, периодическое вихревое испускание является обязательным, ярко выраженным режимом развития турбулентного процесса, который обладает значительной протяженностью на шкале чисел Re . В частности, основное состояние $U_0^{exp}(x)$ после потери устойчивости при $Re = Re_0^*$ последовательно проходит через неустойчивый пульсационный режим $V_0^{exp}(t, x)$ и два неустойчивых режима периодического вихревого испускания, $W_0^{exp}(t, x)$ и $Q_0^{exp}(t, x)$. Эксперимент трактует явление периодического вихревого испускания как неустойчивость Кельвина—Гельмгольца [21].

Прямым численным интегрированием уравнений Навье—Стокса находятся два стационарных устойчивых решения $U_0^{cal}(x)$ и $U_1^{cal}(x)$, а также нестационарный устойчивый предельный цикл $U_2^{cal}(t, x)$. Эти решения удовлетворительно воспроизводят устойчивые течения $U_0^{cal}(x)$, $U_1^{cal}(x)$, $U_2^{cal}(t, x)$. Помимо регулярных решений $U_0^{cal}(x)$, $U_1^{cal}(x)$, $U_2^{cal}(t, x)$, уравнения Навье—Стокса дают только многопериодическим, т.е. по существу хаотическим решением $U_3^{cal}(t, x)$. В соответствии с расчетом развитие неустойчивости про-

текает в строгом соответствии с классическим сценарием Ландау–Хопфа [14]. Переход от $U_0^{cal}(x)$ к $U_1^{cal}(x)$ является регулярной бифуркацией, переход от $U_1^{cal}(x)$ к $U_2^{cal}(t, x)$ – бифуркацией Хопфа. Замещение предельного цикла $U_2^{cal}(t, x)$ хаотическим решением $U_3^{cal}(t, x)$ достигается в результате 22 бифуркаций Хопфа [12, 15]. Таким образом, в соответствии со сценарием Ландау–Хопфа система, потеряв устойчивость, неминуемо достигает нового устойчивого положения, около которого совершает либо периодическое, либо хаотическое движение [14].

Все три регулярные решения уравнений Навье–Стокса успешно воспроизводят зону закручивания в ближнем следе за сферой. Тыльная сторона зоны закручивания устойчиво «привязана» к поверхности сферы. Регулярный предельный цикл $U_2^{cal}(t, x)$, потеряв устойчивость, скатывается в детерминистический хаос, задаваемый решением $U_3^{cal}(t, x)$. Однако существует как минимум три непреодолимых расхождения, которые не позволяют детерминистическому решению $U_3^{cal}(t, x)$ удовлетворительно воспроизвести наблюдаемую турбулентность сдвигового течения за сферой [17]. Отметим одно из расхождений. Не существует экспериментов, в которых переход к турбулентному режиму протекает без прохождения через режим вихревого испускания. Однако ни одно из решений уравнений Навье–Стокса не пригодно для интерпретации режимов вихревого испускания. Таким образом, численный анализ не подтвердил предположение Дж. Тэйлора. Действительно, решения уравнений Навье–Стокса успешно воспроизводят пристеночный вихрь (зону закручивания). Однако успешное воспроизведение когерентной структуры в ближнем следе за сферой не обеспечивает воспроизведения смены режимов.

Уравнения многомоментной гидродинамики позволяют сделать следующий шаг на пути воспроизведения неустойчивости и турбулентности. Анализ решений уравнений многомоментной гидродинамики, дополненный стохастическими составляющими, позволил создать представление о механизме смены режимов, который в той или иной степени опирается на концепции предшественников – О. Рейнольдса и Дж. Тейлора.

В задаче обтекания сферы базовое решение уравнений многомоментной гидродинамики успешно воспроизводит устойчивое осесимме-

тричное течение $U_0^{cal}(t, x)$. Однако сценарий дальнейшей эволюции базового решения качественно отличается от сценария Ландау–Хопфа. Достижение первого критического значения числа Рейнольдса Re_0^* сопровождается потерей устойчивости базового решения. Неустойчивое решение Sol_0 воспроизводит периодические осесимметричные пульсации зоны закручивания $V_0^{exp}(t, x)$. Дальнейшее продвижение по шкале чисел Re сопровождается последовательным замещением решения Sol_0 решением Sol_2 , а решения Sol_2 – решением Sol_1 . Решения Sol_2 и Sol_1 воспроизводят два регистрируемых регулярных режима вихревого испускания; $W_0^{exp}(t, x)$ и $Q_0^{exp}(t, x)$.

Таким образом, по мере удаления состояния среды от состояния статистического равновесия один неустойчивый режим сменяется другим, также неустойчивым. Потеряв устойчивость после пересечения первого критического значения Re_0^* , система далее продолжает оставаться в неустойчивом состоянии. Однако рост Re не сопровождается нарушением регулярности неустойчивых решений Sol_0 , Sol_1 и Sol_2 детерминистических уравнений многомоментной гидродинамики. То есть, детерминистические решения не могут нарушить регулярную картину течения в следе за сферой.

Введение стохастических составляющих в детерминистические уравнения многомоментной гидродинамики вносит качественные изменения в поведение детерминистических решений. отождествление статистических характеристик стохастических составляющих с характеристиками неупорядоченных возмущений позволяет изучить их влияние на переход ламинарного движения в турбулентное. Неупорядоченные возмущения, возникающие в набегающем на сферу потоке за счет внешнего воздействия, доставляются в зону закручивания, где происходит их накопление.

Накопление неупорядоченных возмущений, в свою очередь, приводит к качественному изменению регулярной картины течения в следе за сферой. Перемещаясь по материальной линии, жидкая частица испытывает как хаотические изменения направления своего движения, так и хаотические изменения модуля скорости движения. В отличие от регулярных материальных линий, искаженные материальные линии хаотически пересекаются в зоне закручивания. Форма иска-

женных материальных линий хаотически изменяется. Хаотическое движение жидкой частицы по искаженным неупорядоченными возмущениями пересекающимся материальным линиям создает турбулентную картину течения в зоне закручивания [22].

Смена режимов течения сильно зависит от соотношения двух параметров: числа Рейнольдса и коэффициента турбулентности. Низкие значения коэффициента турбулентности способны заблокировать возникновение турбулентности даже при сколь угодно высоких значениях числа Рейнольдса. Напротив, высокие значения коэффициента турбулентности способны инициировать турбулентность даже при невысоких значениях числа Рейнольдса [23].

Постоянно присутствующие в реальной физической системе спонтанные флуктуации не могут исказить регулярную картину течения, потерявшего устойчивость, так как спонтанные флуктуации не накапливаются в следе за сферой [24]. Таким образом, ответственность за возникновение и развитие турбулентности полностью отвечают неупорядоченные возмущения.

Поведение решений уравнений многомоментной гидродинамики, дополненных стохастическими составляющими в задаче обтекания сферы, позволило сформулировать представление о природе турбулентности сдвигового течения, а также выявить механизм смены режимов.

Регулярная составляющая турбулентности есть результат неустойчивого движения когерентных структур, хаотическая составляющая турбулентности — результат накопления неупорядоченных возмущений. Потеря устойчивости является необходимым условием перехода от ламинарного движения среды к турбулентному. После потери устойчивости в следе за сферой, наряду с затухающими неупорядоченными возмущениями, появляются нарастающие возмущения. Возникновение затухающих и нарастающих возмущений происходит хаотически и крайне неравномерно. Характерное время возникновения неупорядоченных возмущений в набегающем на сферу потоке, τ_{d1} , значительно меньше характерного времени их изменения в следе за сферой, τ_h , $\tau_{d1} \ll \tau_h$. Поэтому в следе за сферой неупорядоченные возмущения не успевают значительно вырасти или затухнуть за время τ_{d1} , что приводит к накоплению и нарастающих, и затухающих возмущений [3].

Таким образом, концепции О. Рейнольдса и Дж. Тейлора нашли свое место в сформулированных представлениях о природе турбулентности и представленном механизме смены режимов. Действительно, как и предполагал Рейнольдс, потеря устойчивости является обязательным условием. Однако рост слабых возмущений не есть причина смены режимов. Этой причиной является накопление возмущений, причем накапливаются не только нарастающие, но и затухающие возмущения.

Как и предполагал Тейлор, вихри, зарождающиеся вблизи ограничивающих течение поверхностей, принимают участие в формировании турбулентной картины течения. Действительно, неустойчивое движение этих вихрей и вихрей, рождающихся внутри течения, формируют регулярную составляющую турбулентности. Однако регулярное движение когерентных структур, устойчивое и неустойчивое, само по себе не создает турбулентную картину течения. Причиной возникновения турбулентности является накопление возмущений. Хаотические искажения, накладываясь на регулярную составляющую, постепенно, по мере роста числа Re , маскируют ее. Однако хаотические искажения не могут разрушить регулярную составляющую.

Автор благодарен ведущему научному сотруднику ФАУ ЦАГИ А.Ф. Киселёву за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лебедь И.В. // Хим. физика. 2014. Т. 33. № 4. С. 70.
2. Kiselev A.Ph., Lebed V. // Chaos, Solitons, and Fractals. 2021. V. 142. № 110491.
3. Лебедь И.В. // Хим. физика. 2024. Т. 43. № 9. С. .
4. Лебедь И.В. // Хим. физика. 1998. Т. 17. № 3. С. 25.
5. Lebed I.V. The foundations of multimoment hydrodynamics. Part 1: ideas, methods and equations. N.-Y.: Nova Sci. Publ., 2018.
6. Лебедь И.В. // Хим. физика. 1997. Т. 16. № 7. С. 72.
7. Киселев А.Ф., Лебедь И.В. // Хим. физика. 2021. Т. 40. № 1. С. 79.
8. Лебедь И.В. // Хим. физика. 2022. Т. 41. № 1. С. 77.
9. Sakamoto H., Haniu H. // J. Fluid Mech. 1995. V. 287. P. 151.
10. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. М.: Гостехтеоретиздат, 1957.
11. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Ч. 1. М.: Наука, 1965

12. *Natarajan R., Acrivos A.* // J. Fluid Mech. 1993. V. 254. P. 323.
13. *Hannemann K., Oertel Jr. H.* // Ibid. 1989. V. 199. P. 55.
14. *Schuster H. G.* Deterministic chaos. Weinheim: Physik Verlag, 1984.
15. *Tomboulides A. G., Orszag placecountry-region S. A.* // J. Fluid Mech. 2000. V. 416. P. 45.
16. *Ruelle D., Takens F.* // Commun. Math. Phys. 1971. V. 20. P. 167.
17. *Лебедь И. В.* // Хим. физика. 2023. Т. 42. № 12. С. 86.
18. *Townsend A. A.* The structure of turbulent shear flow. Cambridge University Press, 1956.
19. *Moffatt H. K.* // J. Fluid Mech. 1981. V. 106. P. 27.
20. *Лебедь И. В., Уманский С. Я.* // Хим. физика. 2007. Т. 26. № 1. С. 65.
21. *Chomaz J. M., Bonneton P., Hopfinger E. J.* // J. Fluid Mech. 1993. V. 234. P. 1.
22. *Киселев А. Ф., Лебедь И. В.* // Хим. физика. 2021. Т. 40. № 6. С. 80.
23. *Лебедь И. В.* // Хим. физика. 2023. Т. 42. № 9. С. 83.
24. *Лебедь И. В.* // Хим. физика. 2022. Т. 41. № 4. С. 81.

THE EFFECT OF DISORDERED PERTURBATIONS ON THE ENTROPY OF AN UNSTABLE SYSTEM

I. V. Lebed^{1, *}

¹*Institute of Applied Mechanics, Russian Academy of Sciences, CityplaceMoscow, country-regionRussia*

**e-mail: lebed-ivl@yandex.ru*

The contribution of disordered perturbations in density, velocity and pressure to the pair entropy of an unstable system, which sets the direction of its evolution, is estimated. Disordered perturbations arising in the incoming flow due to external influence are calculated by numerical integration of regular equations of multimoment hydrodynamics supplemented with stochastic components. The calculation of the distortion of the pair entropy of the system due to disordered perturbations is performed in the problem of flow around a stationary solid sphere. It is established that disordered perturbations of density, velocity and pressure do not have any noticeable effect on the parameters of the vortex street in the wake behind the sphere.

Keywords: multimoment hydrodynamics, vortex shedding, turbulence

REFERENCES

1. *I.V. Lebed*, Russ. J. Phys. Chem. B **8**(2), 240 (2014).
2. *A.Ph. Kiselev, I.V. Lebed*, Chaos Solitons Fractals **142**, №110491 (2021).
3. *I.V. Lebed*, Russ. J. Phys. Chem. B **18**(5), (2024).
4. *I.V. Lebed*, Chem. Phys. Rep. **17**(1–2), 411 (1998).
5. *I.V. Lebed*, The Foundations of Multimoment Hydrodynamics, Part 1: Ideas, Methods and Equations (Nova Science Publishers, N-Y, 2018).
6. *I.V. Lebed*, Chem. Phys. Rep. **16**(4), 1263 (1997).
7. *A.Ph. Kiselev, I.V. Lebed*, Russ. J. Phys. Chem. B **15**(1), 189 (2021).
8. *I.V. Lebed*, Russ. J. Phys. Chem. B **16**(1), 197 (2022).
9. *H. Sakamoto, H. Haniu*, J. Fluid Mech. **287**, 151 (1995).
10. *L.G. Loitsyanskii*, Mechanics of Liquids and Gases (Pergamon, Oxford, 1966).
11. *A.S. Monin, A.M. Yaglom*, Statistical Hydromechanics, Part 1 (Nauka, Moscow, 1965).
12. *R. Natarajan and A. Acrivos*, J. Fluid Mech. **254**, 323 (1993).
13. *K. Hannemann, H. Oertel Jr.*, J. Fluid Mech. **199**, 55 (1989).
14. *H.G. Schuster*, Deterministic Chaos (Physik Verlag, Weinheim, 1984).
15. *A.G. Tomboulides and S.A. Orszag*, J. Fluid Mech. **416**, 45 (2000).
16. *D. Ruelle, F. Takens*, Commun. Math. Phys. **20**, 167 (1971).
17. *I.V. Lebed*, Russ. J. Phys. Chem. B **17**(6), 1414 (2023).
18. *A.A. Townsend*, The Structure of Turbulent Shear Flow (Cambridge University Press, 1956).
19. *H.K. Moffatt*, J. Fluid Mech. **106**, 27 (1981).
20. *I.V. Lebed, S.Y. Umanskii*, Russ. J. Phys. Chem. B **1**(1), 52 (2007).
21. *J.M. Chomaz, P. Bonneton, E.J. Hopfinger*, J. Fluid Mech. **234**, 1 (1993).
22. *A. Ph. Kiselev, I.V. Lebed*, Russ. J. Phys. Chem. B **15**(5), 895 (2021).
23. *I.V. Lebed*, Russ. J. Phys. Chem. B **17**(5), 1194 (2023).
24. *I.V. Lebed*, Russ. J. Phys. Chem. B **16**(2), 370 (2022).